KTH Matematik

5B1116 Matematik 2

10 November, 2006

Contents

1. Reellvärda unktioner

Vi beteknar en reellvärda funktion (från $\mathbb{R}^n$ till $\mathbb{R}$) med:

$$f : D \to \mathbb{R},$$

där $D \subset \mathbb{R}^n$ kallas *definitionsmängde* till f.

Låt f vara en reellvärd funktion där $D \subset \mathbb{R}^2$. *Grafen* af f definieras som mängden: $G(f) = \{(x, y, f(x, y)\} \subset \mathbb{R}^3$.

Dessutom definierar vi de *nivåkurvorna* till f som:

$$K_c(f) : f(x, y) = c \ \ (\text{ i } \mathbb{R}^2).$$

Man ser kurvan $K_c(f)$ som skärningen av $G(f)$ och planet $z = c$ i $\mathbb{R}^3$.

Om f är en reellvärd funktion med $D \subset \mathbb{R}^3$ då är *Grafen* af f definierat som mängden: $G(f) = \{(x, y, z, f(x, y, z)\} \subset \mathbb{R}^4$.

Dessutom definierar vi de *nivåytorna* till f som:

$$Y_c(f) : f(x, y, z) = c \ \ (\text{ i } \mathbb{R}^3).$$

Man ser ytan $Y_c(f)$ som skärningen av $G(f)$ och rummet $w = c$ i $\mathbb{R}^4$, med koordinater (x, y, z, w).

2. Vektorvärda funktioner

Vi beteknar en vektorvärd funktion $f : D \to \mathbb{R}^k$, där $D \subset \mathbb{R}^n$ med

$$f(x_1, ..., x_n) = (f_1(x_1, ..., x_n), ..., f_k(x_1, ..., x_n))$$

där $f_i : D \to \mathbb{R}$.

Till exempel en linje, genom $(x_1, ..., x_k)$ och parallel till $(y_1, ..., y_m)$ i $\mathbb{R}^k$ representeras som funktionen:

$$l : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^k \ \ l(t) = (x_1 + ty_1, ..., x_k + ty_k).$$

En Yta i $\mathbb{R}^3$ kan representeras som bilden av en funktion:

$$Y : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^k \ \ Y(s, t) = (X_1(s, t), ..., x_k(s, t)).$$

Observera att en linjär ekvation $f(x, y) = c$ alltid definerar en linje i $\mathbb{R}^2$. En ekvation av grad 2, $f(x, y) = c$, definierar en kurva av grad 2 som vi kallar *andragradskurva.* Se boken för en lista av andragradskurvor.

En linjär ekvation $f(x, y, z) = c$ alltid definerar ett plan i $\mathbb{R}^3$. En ekvation av grad 2, $f(x, y, z) = c$, definierar en yta av grad 2 som vi kallar *andragradsyta.* Se boken (sidan 30) för en lista av andragradsytor.