KTH Matematik

# 5B1116 Matematik 2

24 November, 2006

Contents



## 1. Andragradskurvor i $\mathbb{R}^2$

En andragradskurva i $\mathbb{R}^2$ bestå alla lösnngar till en ekvation av grad 2 :

$$K(x,y) = a_{11}x_1 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + Ax + By + T = 0.$$

I boken, sida 245, finns a lista av alla typer av andragradskurvor i *kanoniska form.*

Det betyder i form:

$$\alpha x^2 + \beta y^2 = T$$

man ser att om $a_{12} = 0$:

(1) $a_{11}a_{22} > 0$
   (a) ellipse
   (b) en punkt
   (c) tum

(2) $a_{11}a_{22} < 0$
   (a) hyperbola
   (b) 2 skärande linjer

(3) $a_{11}a_{22} = 0$
   (a) parabola
   (b) en linje
   (c) två parallela linjer
   (d) tum

## 2. Den Kanoniska form

Man skriver $K(x,y)$ p kanoniska form genom att byta koordinater i två steg:

(1) Man kan byta koordinater så att $a_{12} = 0$. Detta gör man genom att ortogonalt diagonalisera den kvadratiska formen $Q(x,y)$ där

$$K(x,y) = Q(x,y) + Ax + By + T = 0.$$

Så genom att buta till en normerad bas av egenvektorer, kan man skriva

$$K(x',y') = \lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2 + A'x' + B'y' + T = 0.$$

(2) Man kan komplettera kvadraterna när $\lambda_i \neq 0$.:

$$K(x', y') = \lambda_1(x' + \frac{A}{2\lambda_1})^2 + \lambda_2(y' + \frac{B}{2\lambda_2})^2 + (T - \lambda_1(\frac{A}{2\lambda_1})^2 - \lambda_2(\frac{B}{2\lambda_2})^2) = 0$$

Detta ger den kanoniska form:

$$K(x'', y'') = \lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 + (T - \lambda_1(\frac{A}{2\lambda_1})^2 - \lambda_2(\frac{B}{2\lambda_2})^2) = 0$$

där $\lambda_i \neq 0$.