KTH Matematik

5B1116 Matematik 2

9 November, 2006

Contents

1. Mer om Cramer Regeln

[Cramer regel]
$$A\vec{x} = \vec{D} \text{ har precis en lösning} \Leftrightarrow \det(A) \neq 0.$$
$$A\vec{x} = \vec{D} \text{ har precis en lösning} \Leftrightarrow A \text{ är inverterbar.}$$
$$A\vec{x} = \vec{D} \text{ har precis en lösning} \Leftrightarrow \text{kolunnerna i } A \text{ är linjärt oberoende.}$$

2. Motivering till linjär algebra

Se Application.PDF.

3. mängder i $\mathbb{R}^n$

En mängd i $M \subset \mathbb{R}^n$ är en samling av punkter i $\mathbb{R}^n$.

Vi betecknar med $K(P, r) \subset \mathbb{R}^n$ det *öppet klut* med center i $P \in \mathbb{R}^n$ och radius $r \in \mathbb{R}$:

$$K(P, r) = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^n \text{ sådan att } |\vec{x} - \vec{P}| < r\}.$$

Vi säger att en punkt $P \in \mathbb{R}^n$ är:

- an *inrepunkt* av M om något öppet klut $K(P, r)$ ligger helt i M,
- an *yttrepunkt* av M om någon öppet klut $K(P, r)$ ligger helt i komplementet M^c,
- an *randpunkt* av M om någon öppet klut $K(P, r)$ ligger delvis i M, delvis i M^c.

Vi kommer att använda beteckingen:

$$\partial M = \{ \text{ rand punkter av } M\}.$$

Observera att det kan hända att någon randpunkt av M inte ligger i M.

Vi kommer att säga att mängden $M \subset \mathbb{R}^n$ är:

- *öppen* om alla dess randpunkter tillhör komplementet M^c.
- *sluten* om alla dess tillhör M.
- *begränsad* om $M \subset K(0, R)$, för något $R \in \mathbb{R}$. Det vill säga att det finns $R \in \mathbb{R}$ sådan att $|x| < R$ för alla $x \in M$.
- *kompakt* om den är sluten och begränsad.