

⑦ $G =$ symmetrier av
en regelbunden
6-hörning



$\text{id}, V = \text{vridn. } 60^\circ \text{ medsols}$
 $V^2, V^3, V^4, V^5, \boxed{V^6 = \text{id}}$

$$\boxed{SVS = V^5},$$

$$\boxed{S^2 = \text{id}}$$

Vilka element finns i G ?

	1	V	V^2	V^3	V^4	V^5	S	SV	SV^2	SV^3	SV^4	SV^5
1	1	V	V^2	V^3	V^4	V^5	S	SV	SV^2	SV^3	SV^4	SV^5
V	V	V^2	V^3	V^4	V^5	1	SV^5	S	SV	SV^2	SV^3	SV^4
V^2	V^2	V^3	V^4	V^5	1	V						
V^3	V^3	V^4	V^5	1	V	V^2						
V^4	V^4	V^5	1	V	V^2	V^3						
V^5	V^5	1	V	V^2	V^3	V^4						

OSV

S
 SV
 SV^2
 SV^3
 SV^4
 SV^5

$$[G, G] = \{ aba^{-1}b^{-1} \mid a, b \in G \}$$

är en undergrupp för att:

1) 1 tillhör $[G, G]$

2) $[G, G]$ innehåller endast

$1, v^2, v^4$

en undergrupp av ordn. 3 i G .

$$\textcircled{9} \quad (2^a - 1) \bmod (2^b - 1) =$$

$$= 2^{a \bmod b} - 1$$

$x \bmod y$ syftar på r i
 Euklides: $x = y \cdot q + r$

1) Räkna ut $a \bmod b$:

$$a = b \cdot x + r \quad \text{och} \quad r = a \bmod b.$$

Vi vill beräkna resten vid divisionen
av

$$2^{bx+r} - 1 \quad \text{med} \quad 2^b - 1$$

$$\underline{\underline{2^{bx+r} - 1}} = \left(2^r \cdot 2^{bx} - 2^r \right) + 2^r - 1$$

$$= 2^r (2^{bx} - 1) + 2^r - 1$$

$$\underbrace{(1 + 2^b + 2^{2b} + \dots + 2^{(x-1)b})}_{\text{geometric series}} (2^b - 1)$$

$$= (2^b - 1) \sum + 2^r - 1$$

$$\textcircled{1} \quad 325x + 26y = 91$$

efter divisionen med 13

$$25x + 2y = 7 \quad (*)$$

Steg 1 Ett par lösningar till

$$25x + 2y = 1$$

$x=1$ och $y=-12$ passar

Lösningar till $(*)$: $x_p = 7, y_p = -84$

Step 2: $25x + 2y = 0$

$$\left. \begin{array}{l} x_H = 2h \\ y_H = -25h \end{array} \right\} h \in \mathbb{Z}$$

Step 3

$$x = x_p + x_H = 7 + 2h$$

$$y = y_p + y_H = -84 - 25h$$

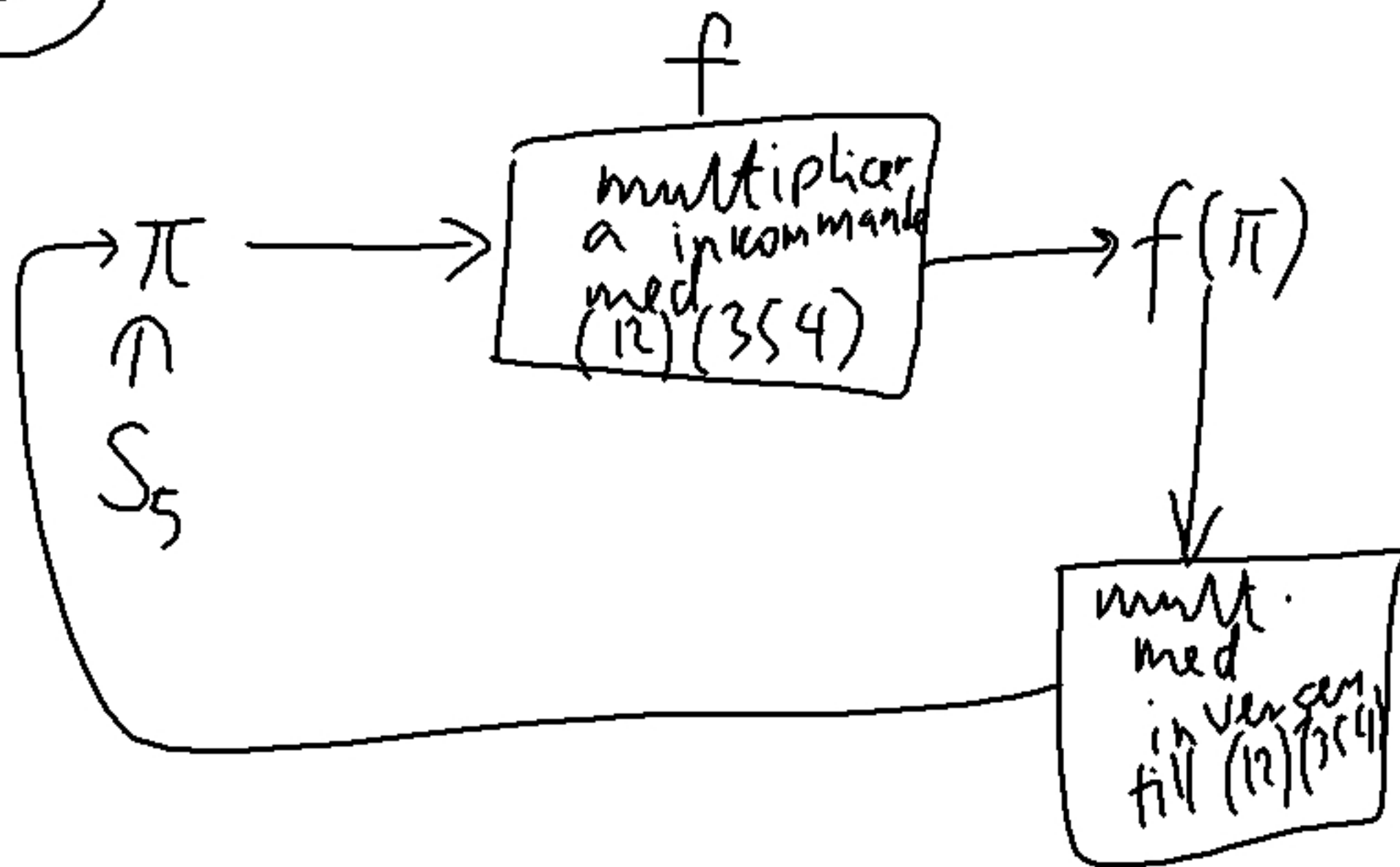
(skg 4)

$$x \geq 0 \Leftrightarrow 7 + 2n \geq 0 \Leftrightarrow n \geq -3$$

$$y \leq 0 \Leftrightarrow -84 - 25n \geq 0 \Leftrightarrow 25n \leq -84$$
$$\Leftrightarrow n \leq -4$$

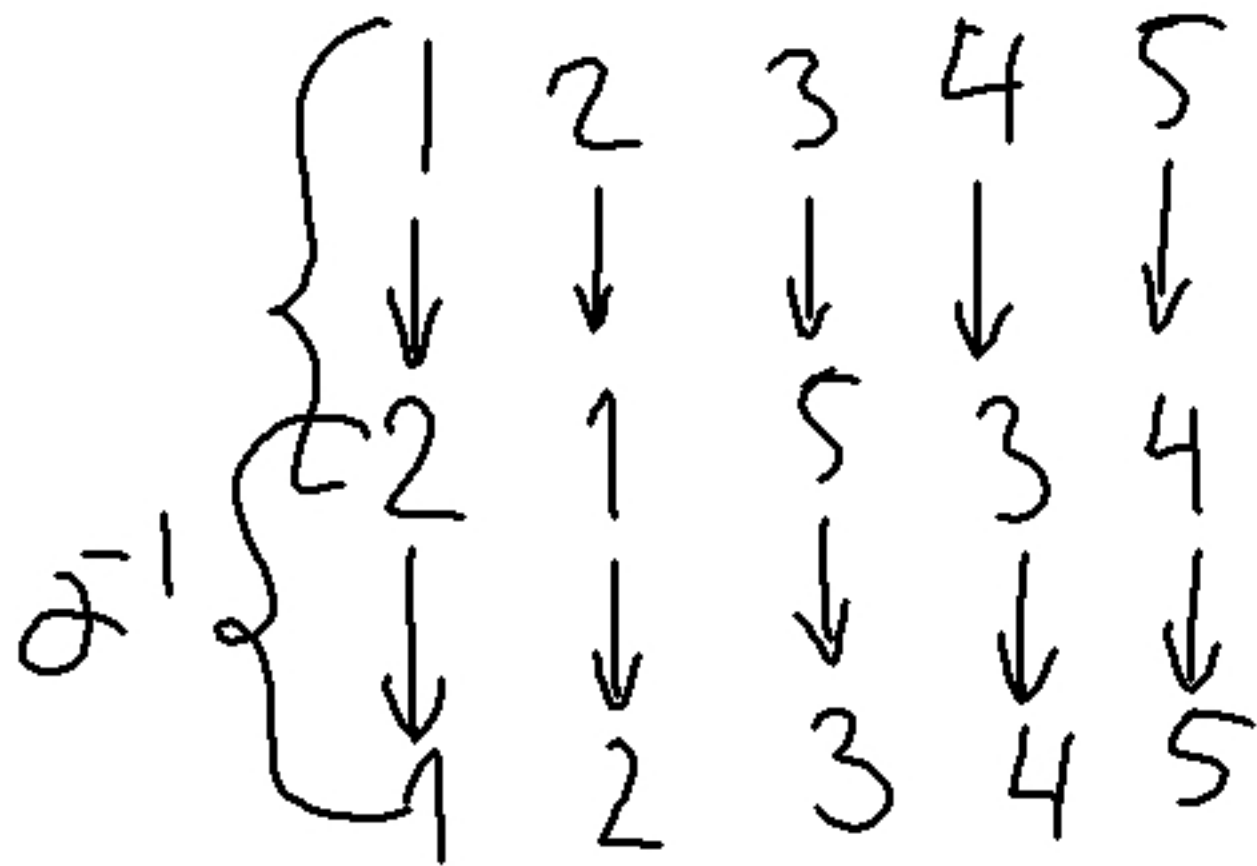
inga positiva lösningspar (x, y) .

2



inversen till

$$\sigma = (12)(354)$$



$$\sigma^{-1} = (12)(345)$$

23-04-2003

⑥ Antal perm. i S_7 konjugerade
till $(123)(4567)$

Lösning De är exakt de
som har cykeltyp

$$\binom{7}{3} \binom{***}{3!} \binom{****}{4!} = \frac{7!}{3 \cdot 4}$$

$\hat{=}$ 7 $\begin{matrix} 2 & 5 & 7 \\ 5 & 7 & 2 \\ 7 & 2 & 5 \end{matrix}$

⑦ Förklara varför C_6 är den enda abelska gruppen av ordning 6.

Lösning

Antag att det finns en till abelsk grupp G (och då är G ej cyklisk).

C_6
Alla element i G har antingen ordning 2 eller ordn. 3.

Fall 1 alla element i G har ordning 2.

kan inte inträffa
 $|H|=4, |G|=6$
 $1, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$
 $x_i^2 = 1$
 $x_1 x_2 = x_j \quad j \neq 1, 2$
 $H = \langle 1, x_1, x_2, x_j \rangle$
 är en undergrupp i G .

Fall 2

x har ordn. 2

y har ordn. 3

xy har
 ordn. 6

för att G
 är abelsk

$$xyxyxyxyxy =$$

$$= y^2 xy = xxy = yxyxy = y^3 = 1$$

kan inte
 inträffa
 från vår def.
 av G .

Fall 3

alla element har
ordning 3

Går
ej
att
konstruera
mult.
tabell.

1	
a	a^2
b	b^2
c	c^2

om $c^2 = b$

$$(c^2)^{-1} = b^2 = c$$

$$c = (c^2)^{-1} = b$$

$$(10) \quad u \in U(\mathbb{Z}_m)$$

avbildningen

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & 1 & 2 & \dots & & m \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \downarrow \\ 0 & u & 2u & \dots & & mu \end{array}$$

är verkligen en permutation
för att den är bijektiv.

De som ligger i samma cykel är
($a, ua, u^2a, u^3a, \dots$)
alla dessa har samma SGD
med m för att $\text{SGD}(u, m) = 1$

$i \mathbb{Z}_{12}$:

T. ex 7 inv. bar mod 12, $7 \cdot 7 = 1$

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

0 7 2 9 4 11 6 1 8 3 10

(0)(2)(4)(6)(8)(10)(17)(39)(51) $\frac{11}{5}$