

GRAFER, forts.

Komplett graf

V varje par av noder är förbunden med en kant



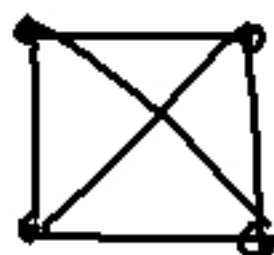
K_1



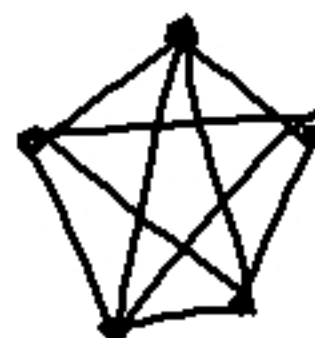
K_2



K_3



K_4



K_5

K_n har n noder.
har $\binom{n}{2}$ kanter.

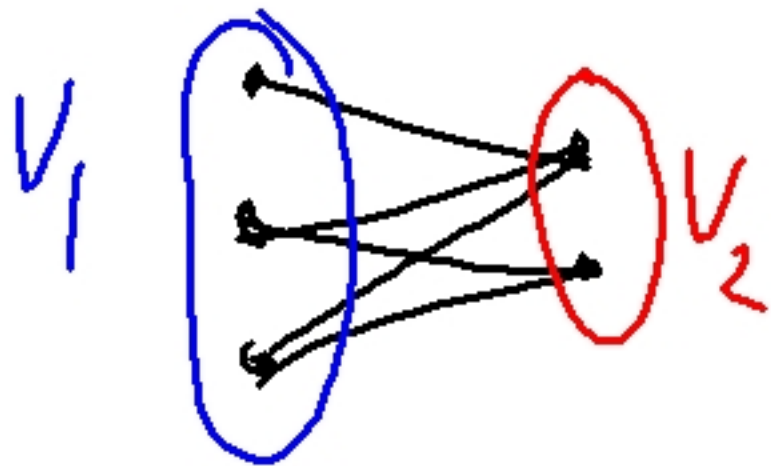
bipartit graf

$G = (V, E)$ är bipartit

om $V = V_1 \cup V_2$, 2 disjunkta
delmängder

så att E består enbart av kanter

som förbinder noder från V_1
med noder från V_2 .

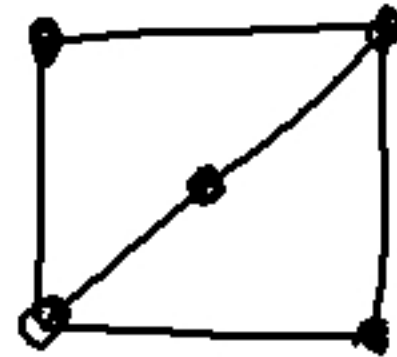
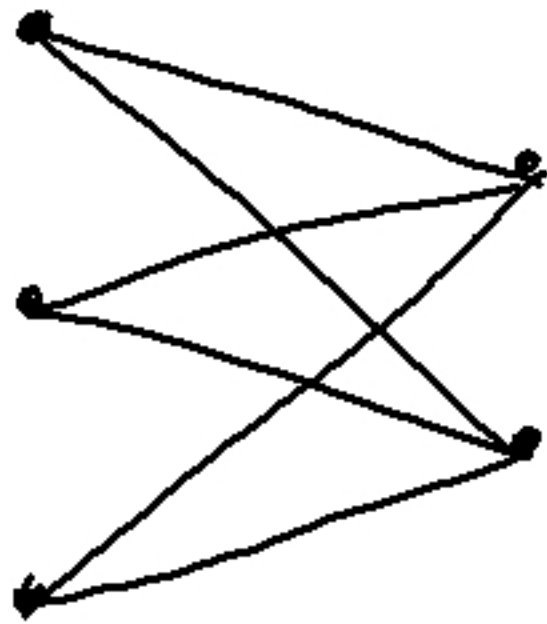


komplett (fullständig) bipartit graf

alla kanter mellan V_1 och V_2 är
dragna.

$m \cdot n$ kanter

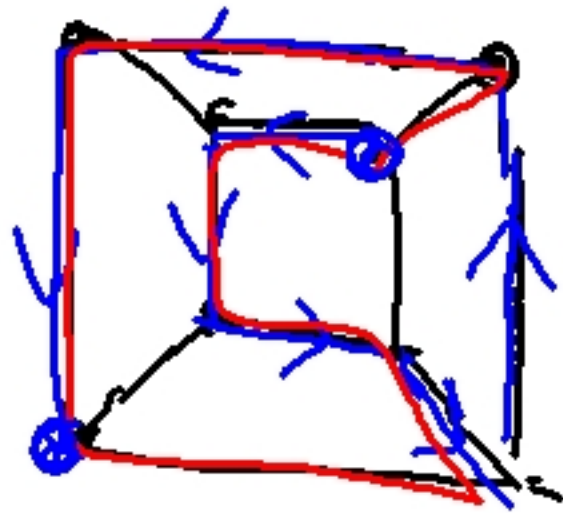
i en
sådan
graf.



Def. 6.4 (sid 147)

Hamiltonstig varje nod i grafen
besöks exakt en gång

Hamiltoncykel = sluten Hamiltonstig

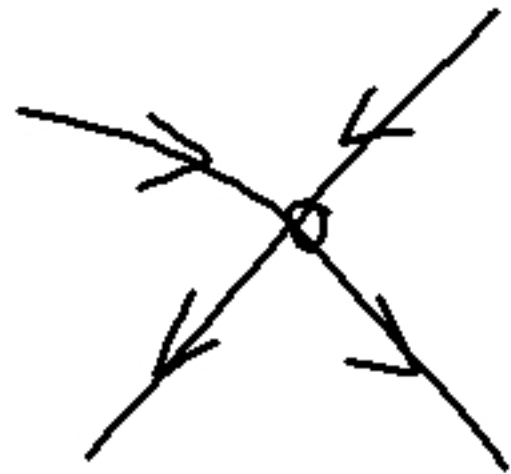


— Hamiltoncykel

— Hamiltonstig

Eulerväg (krets)

är en väg där varje kant används precis en gång

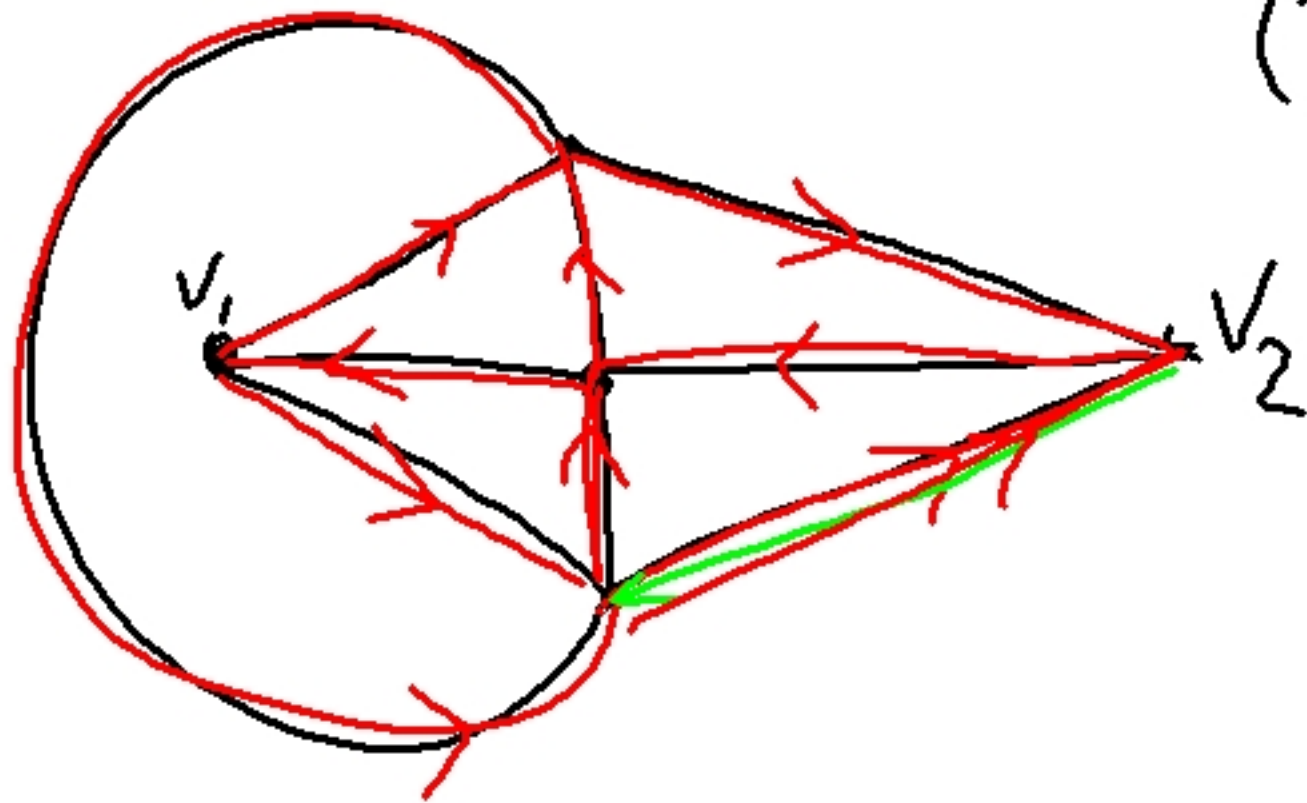


jämnt antal kanter
vid en nod
"mitt i resan".

Udda antal — enbart vid start-
och slutnoden.

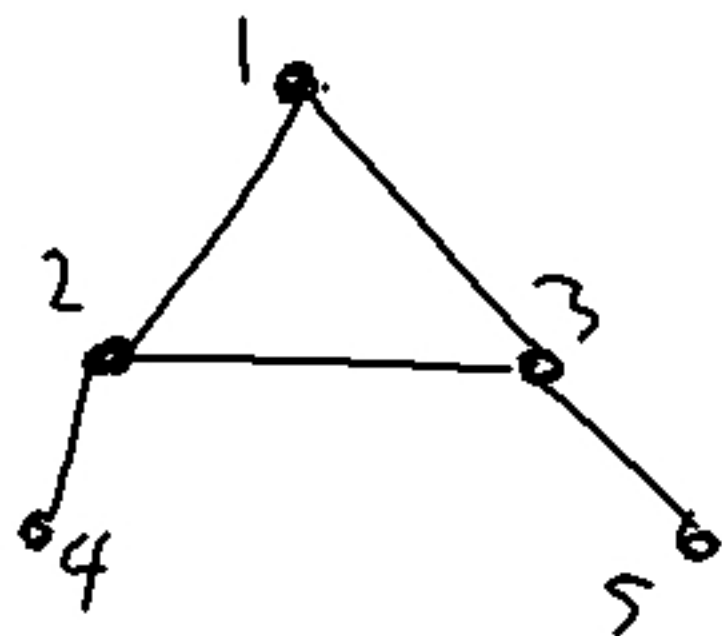
Om G har en Eulerväg, så uppfylls villkoren ockh.

Omvänt, låt alla hörn i G utom v_1 och v_2 har jämn valens. (öv. 6.30)



6.4 Isomorfi och representation av grafer

Grannmatris till en graf G



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

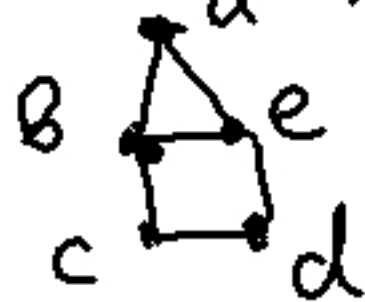
	1	2	3	4	5
1	0	1	1	0	0
2	1	0	1	1	0
3	1	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0
5	0	0	1	0	0

isomorfa grafer har

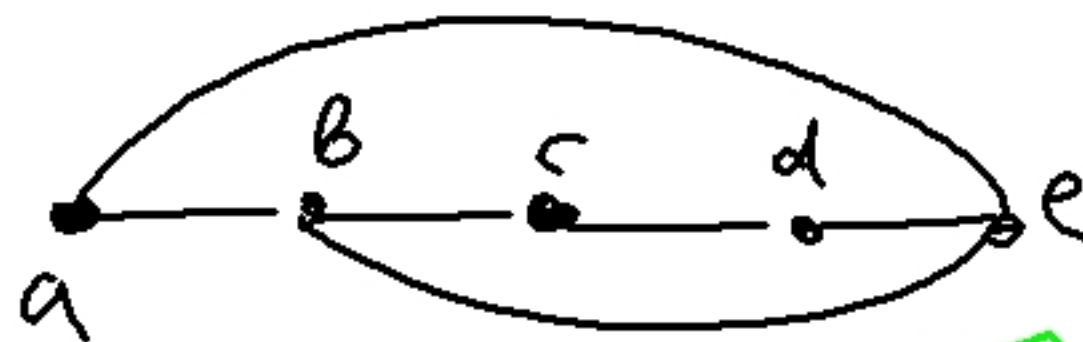
lika (upp till omordning av
rader och kolonner)

granh-
matriser

"~~an.~~"
647



G_2



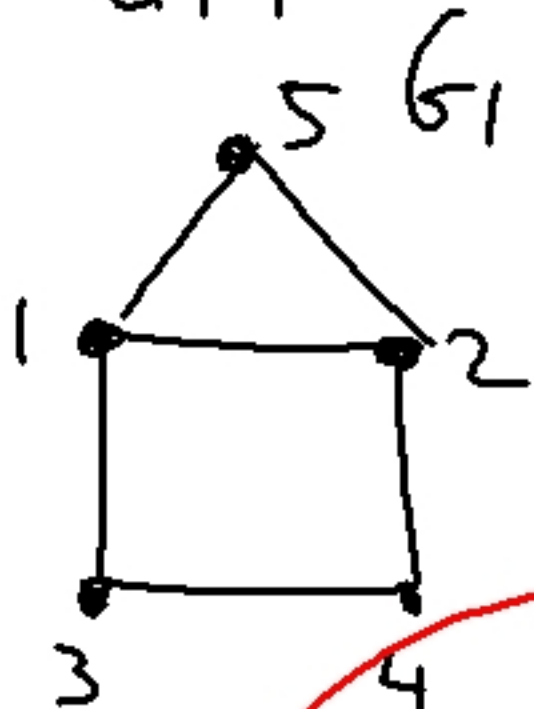
förslag:
om $1 \rightarrow b$
 $2 \rightarrow e$
 $3 \rightarrow a$

har valens
3 $3 \rightarrow c$
 $4 \rightarrow d$

har
valens 3

förbunden
med
både 1 och 2

förbunden
med
b och e

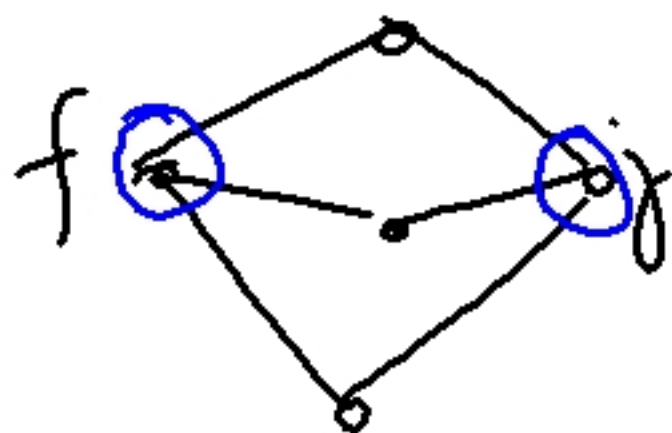
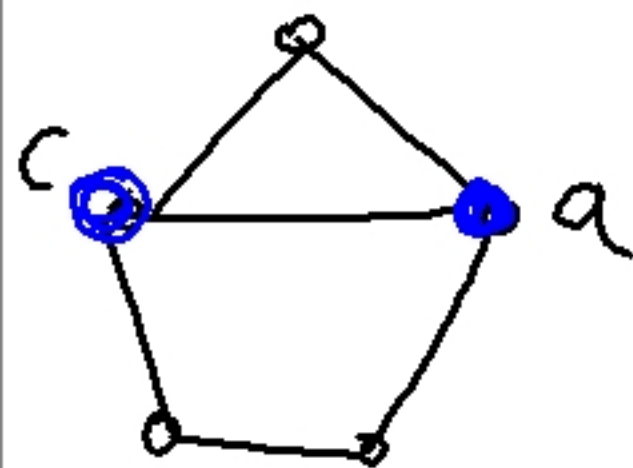


0	1	1	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1

1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1

0	1	0	0	1
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
1	0	0	1	0

648



valenser:

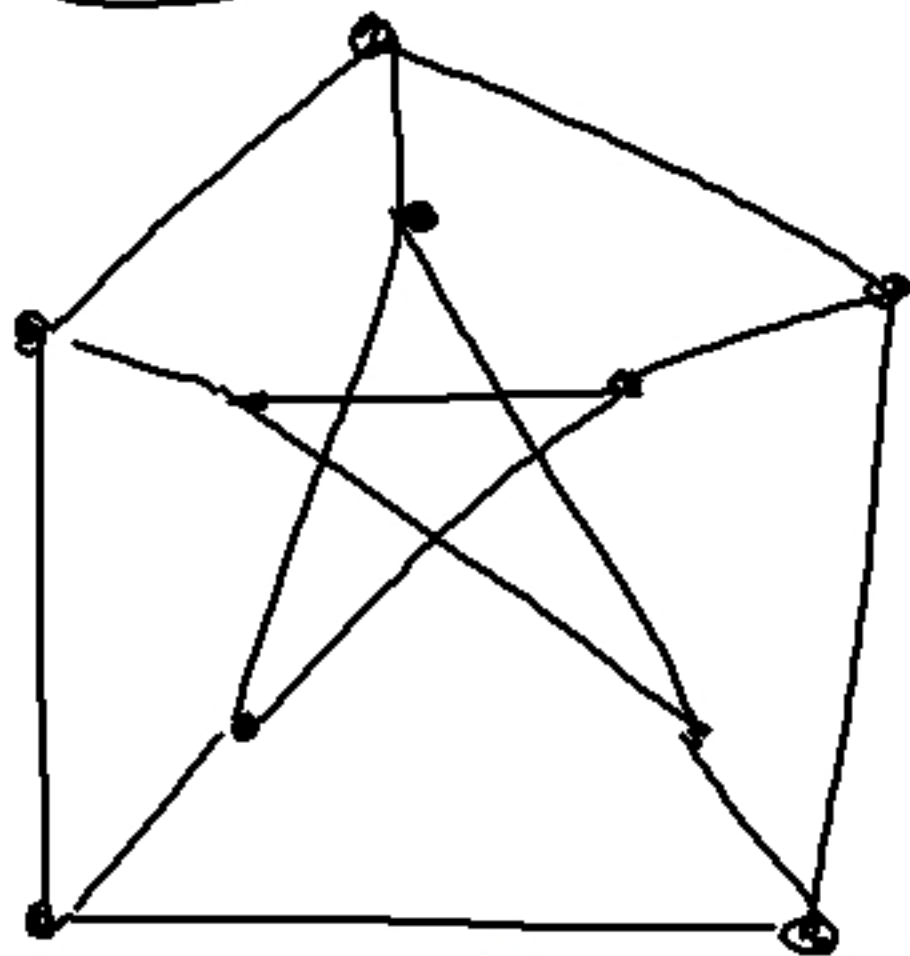
$$v(c) = 3$$

$$v(a) = 3$$

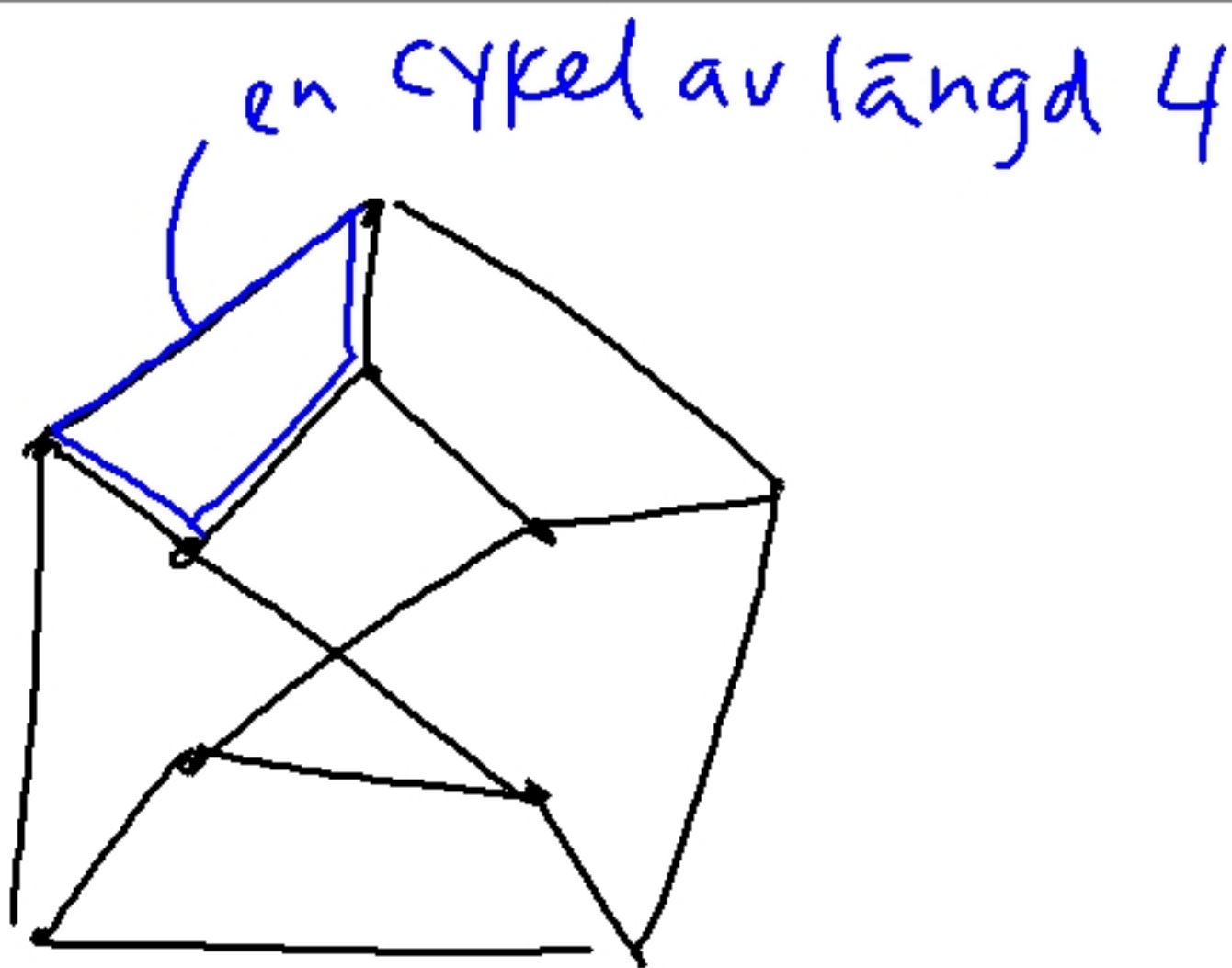
så de måste avbildas på
f och j

MEN: det finns en kant $\{c, d\}$
men inte $\{f, j\}$

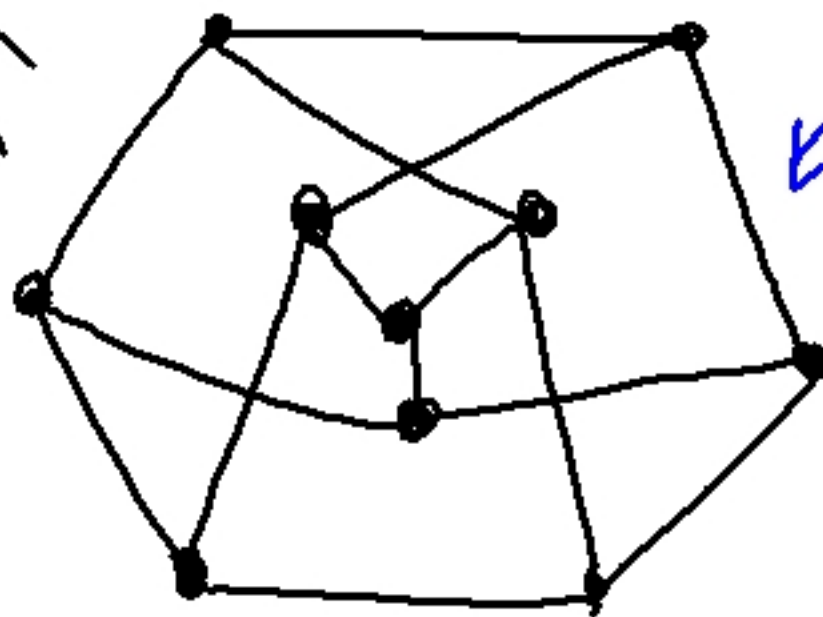
6.49



inga ↑
cykler av
längd ≤ 4



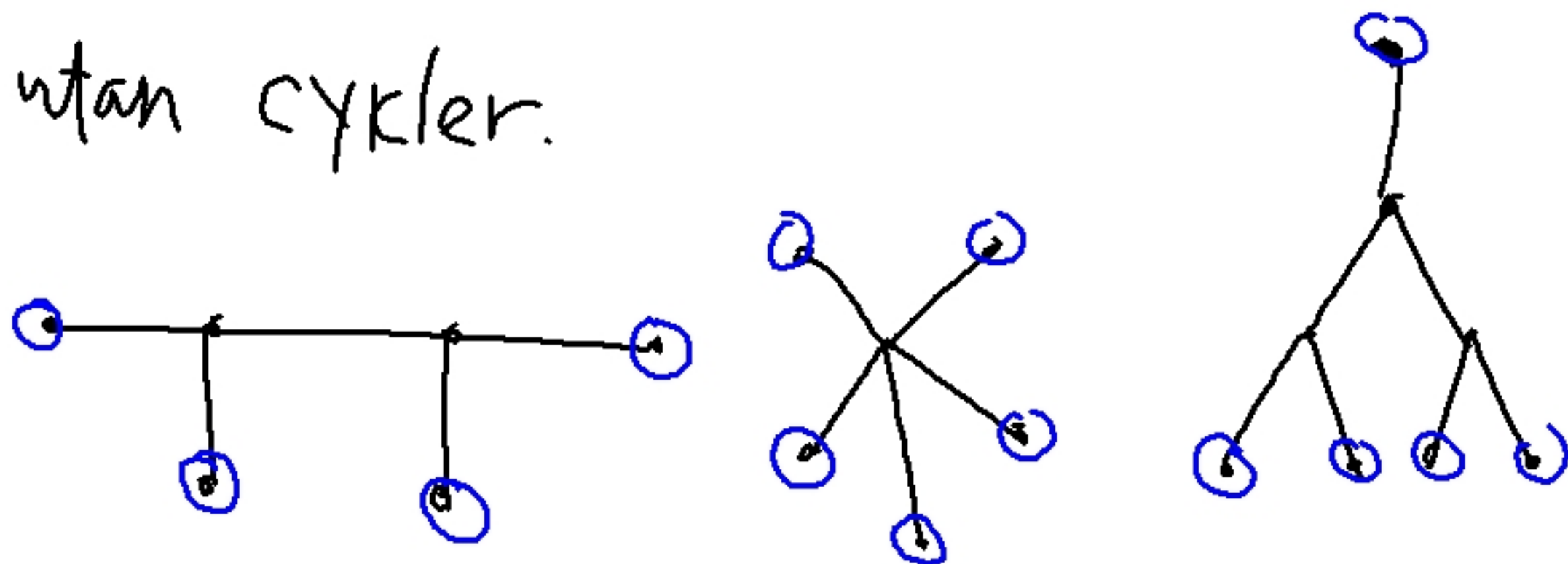
1/2



← inte
heller
här

TRÄD

Ett träd är en sammanhängande graf utan cykler.



löv - de noder som
bara har en kant.

OBSERVATION

Om ~~ett~~ träd har ≥ 2 hörn så
måste det ha minst 2 löv.

(hitta den längsta stigen.

Noderna i början och i slutet
är de sönta löven)

G är ett träd om och endast om

$$|V| = |E| + 1$$

Bevis finns det en cykel, så kan inte sambandet vara uppfyllt.

Omvänt, låt G vara ett träd.

BAS

$$G \quad 1 = 0 + 1 \quad \text{sant.}$$

antallet antallet
hoder kanter

Induktionshypotes

alla träd med antalet noder $< p$
uppfyller $|V| = |E| + 1$.

Induktionssteget Ta ett träd $G = (V, E)$ med p ($p > 1$)
hörn.

Då finns det minst 2 löv, l_1, l_2
Ta bort l_1 med tillhörande kant.
I den nya grafen $G' = (V', E')$ är $|V| = p - 1$
och $|E'| = |E| - 1$

För G' gäller enligt indknypp

$$|V'| = |E'| - 1$$

$$p-1 = |E| - 1 - 1$$

$$p = |E| - 1$$

gäller
då
för G

VSV.