<u>Matchning</u> – uppsättning kanter som inte nuddar varandra.

$\exists$ en bipartit graf $G = (X \cup Y, E)$

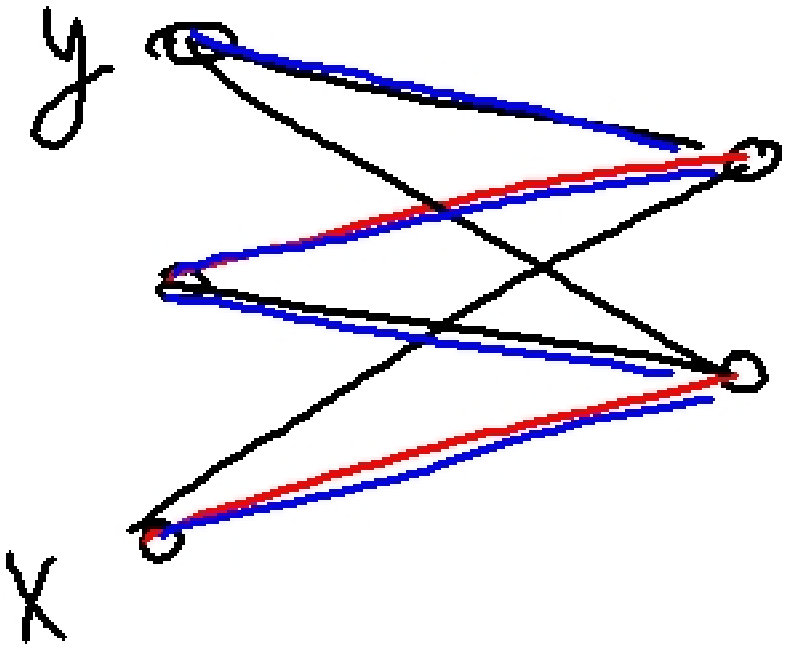
vänster-hörn   hö-ger hörn

Kan vi också tala om en <u>komplett</u> matchning (när alla hörn från X finns med).

Alternerande stig

antag att det finns en matchning

hörnen $x, y \in X$ i alternerande stig från x till y har varannan kant tillhörande matchnigen.



matchingen
är markerad
med rött

— alternerande stig

Halls sats En komplett matchning i en bipartit graf G finns om och endast om

$$|A| \leq |P(A)| \text{ för alla } A \subseteq X.$$

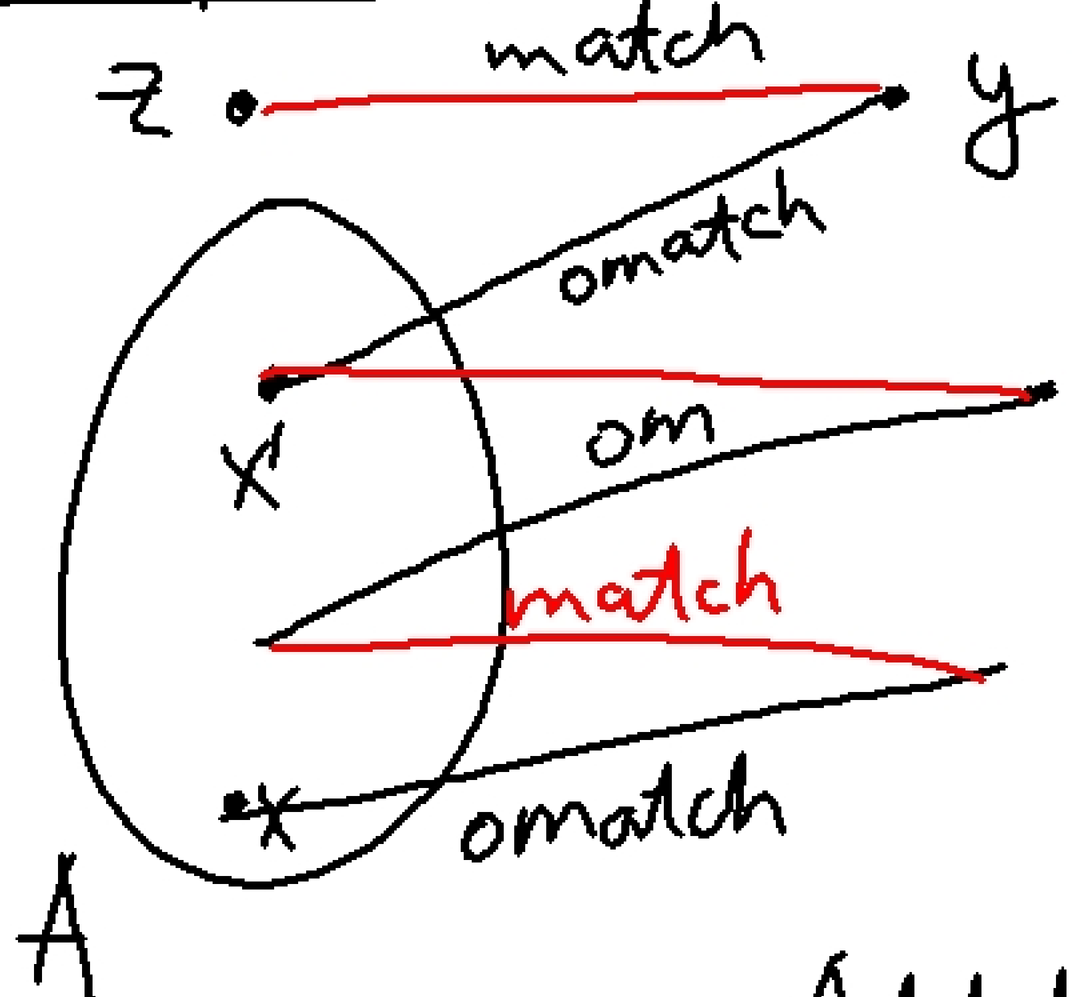
Anta att det finns en ofullständig matchning men att hörnet x är fortfarande omatchat.

$\mathcal{A} = \{$ alla hörn x' som kan nås från x med en alternerande stig $\}$

OBS

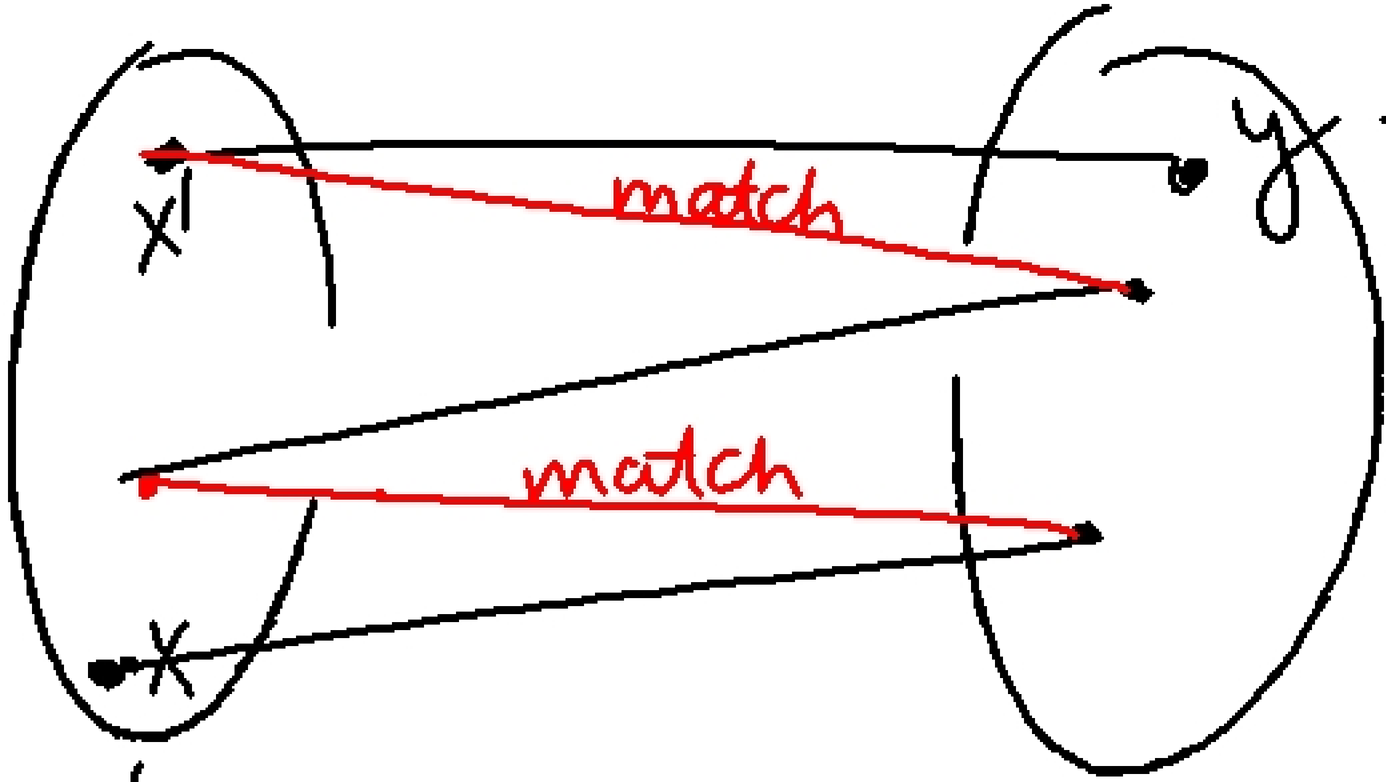
om $y \in P(\mathcal{A})$ och är matchat med $z \in X$ så ligger z i $\mathcal{A}$.

Var för?



utökar stigen $x \sim x'$ till stigen $x \sim z$ som också blir alternerande.

Alltså måste z tillhöra A.



måste finnas minst en omatchat hörn y

A

alla hörn som med alt. stigar nås från X

P(A)

grannar till A.

Byt nu färg på kanterna i stigen.
De som blir röda, ger en ny matchning där x är matchad.

Matchningsdefekt

Om Halls villkor inte är uppfyllt, så finns det mängder $A \subseteq X$ s.a. $|A| > |P(A)|$

$$\delta(G) = \max_{A \subseteq X} \{ |A| - |P(A)| \},$$ defekten av G.

Övn. 9.6

a) Om Halls villkor är uppfyllt och för alla $A \subseteq X$ $|A| \leqslant |P(A)|$

Så är alla skillnader

$$|A| - |P(A)| \leqslant 0.$$

Vilket betyder att $\delta(G) \leqslant 0$

om $A = \emptyset$, så är $|\emptyset| - |P(\emptyset)| = 0$

och då är $\delta(G) = 0$.

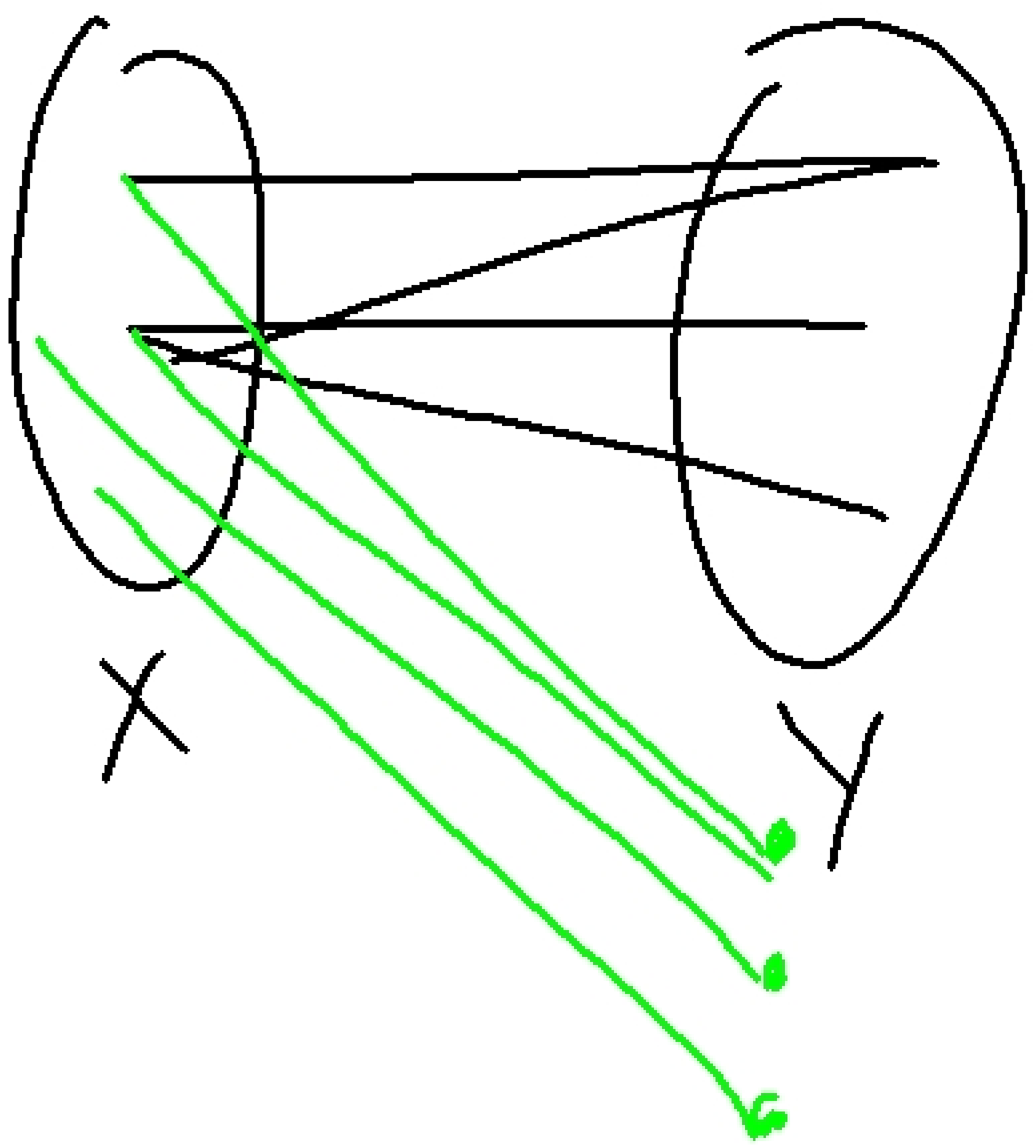
b) max antal matchade hörn är $\delta(G)$ mindre än $|X|$.

Det måste finnas $A \subseteq X$ så att

$$|A| = |P(A)| + \delta(G)$$

dvs precis $\delta(G)$ hörn i A som <u>aldrig</u> kan matchas.

c) Man kan konstruera en matchning med $|X| - \delta(G)$ matchade vänsterhörn.



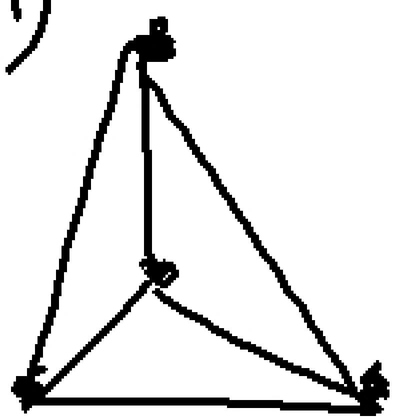
2003-08-20

(5) Rita alla icke-isomorfa sammanhängande grafer med 4 hörn.

markera träd, reguljära, bipartita.

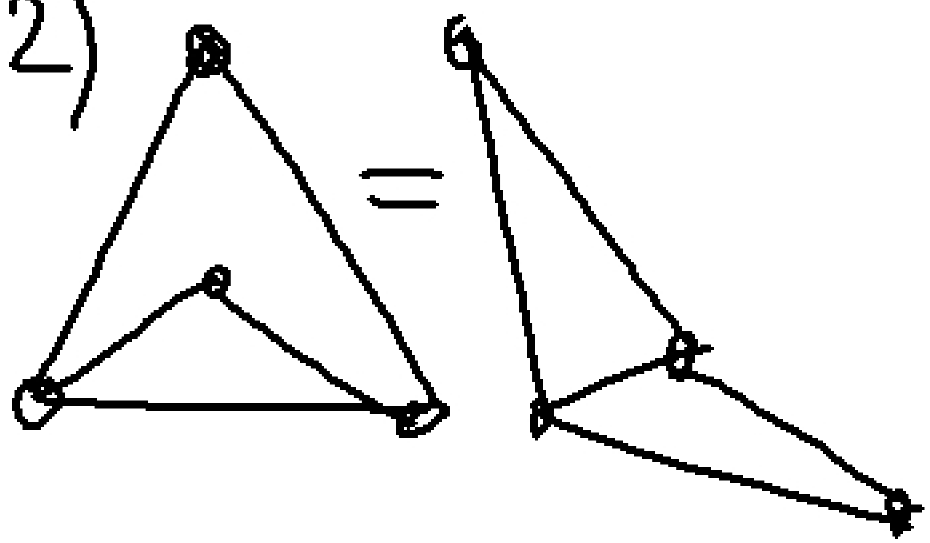
K_4

1)



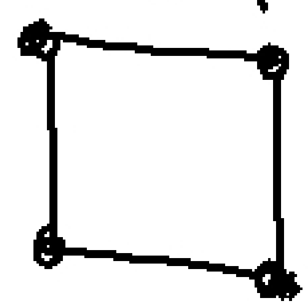
3-reg

2)

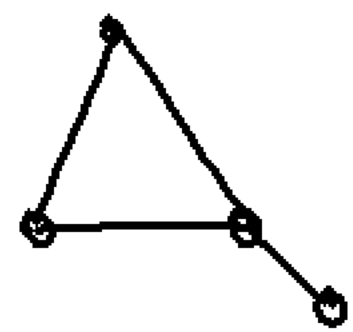


2-reg, bipartit

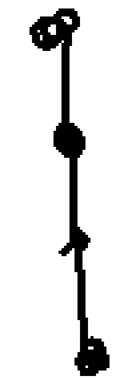
3)



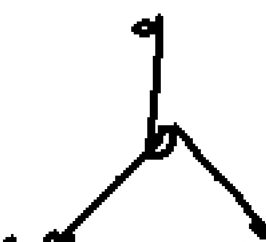
4)



5)



6)

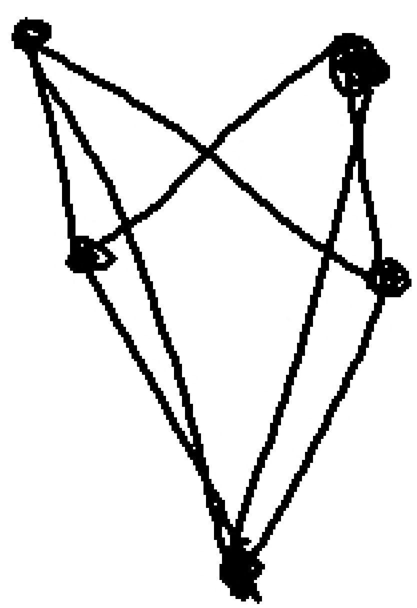


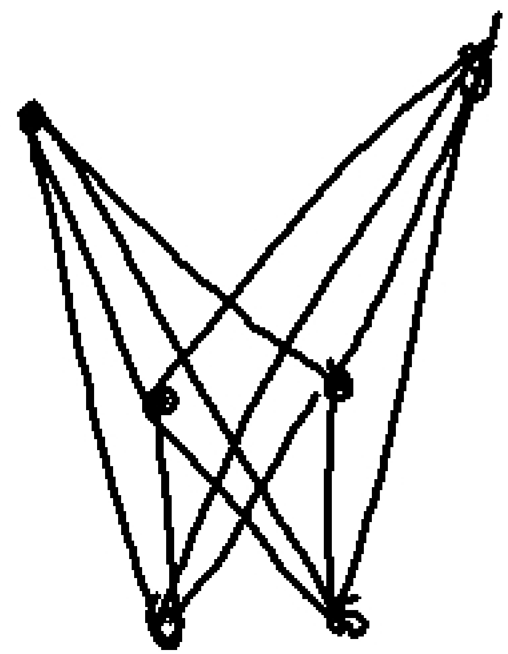
träd, bipartit

(8) En fullständig m-partit graf

$K_{n_1,\dots,n_m}$

t. ex. $K_{1,2,2}$ $K_{2,2,2}$





Hur många hörn?

$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_m$

Hur många kanter?

$$n_1 \cdot (n_2+n_3+n_4 \dots + n_m) + n_2 (n_3+n_4+n_5 \dots + n_m)$$

$$+ n_3 (n_4 + \dots n_m) + \dots$$

$$\dots n_{m-1} \cdot n_m$$

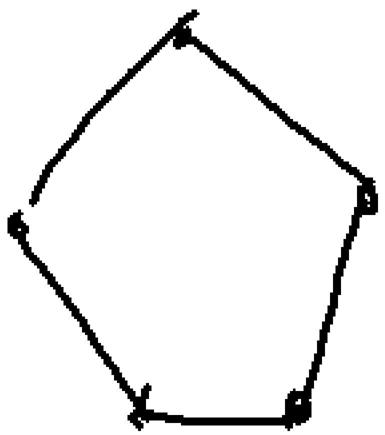
n_1 hörn

$$= \sum_{i<j} n_i n_j = \frac{1}{2} \sum n_i n$$

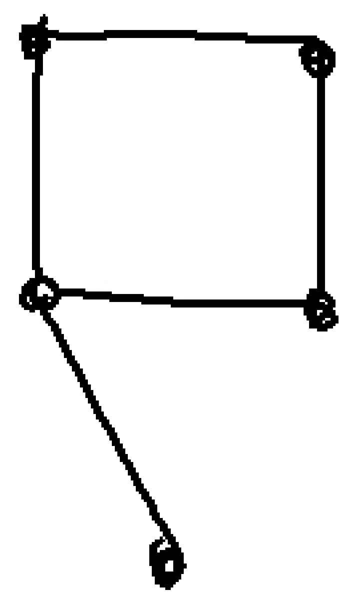
2003-05-26

(6) Lista alla icke-isomorfa sammanhängande grafer med 5 hörn, exakt en cykel och valenserna ≤ 4.

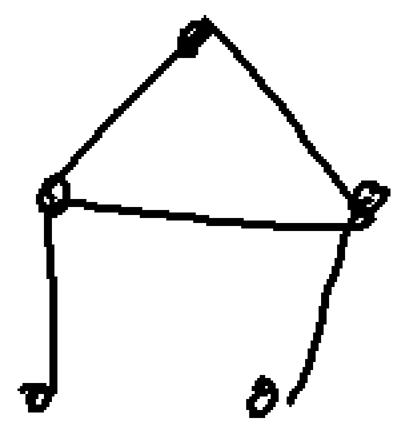
5 cykel

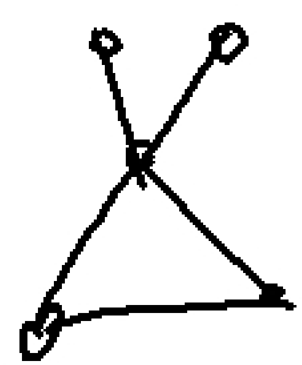


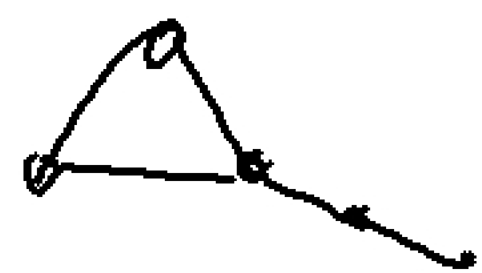
4-cykel



3 cykel







5 stycken olika.

N10 Q_k

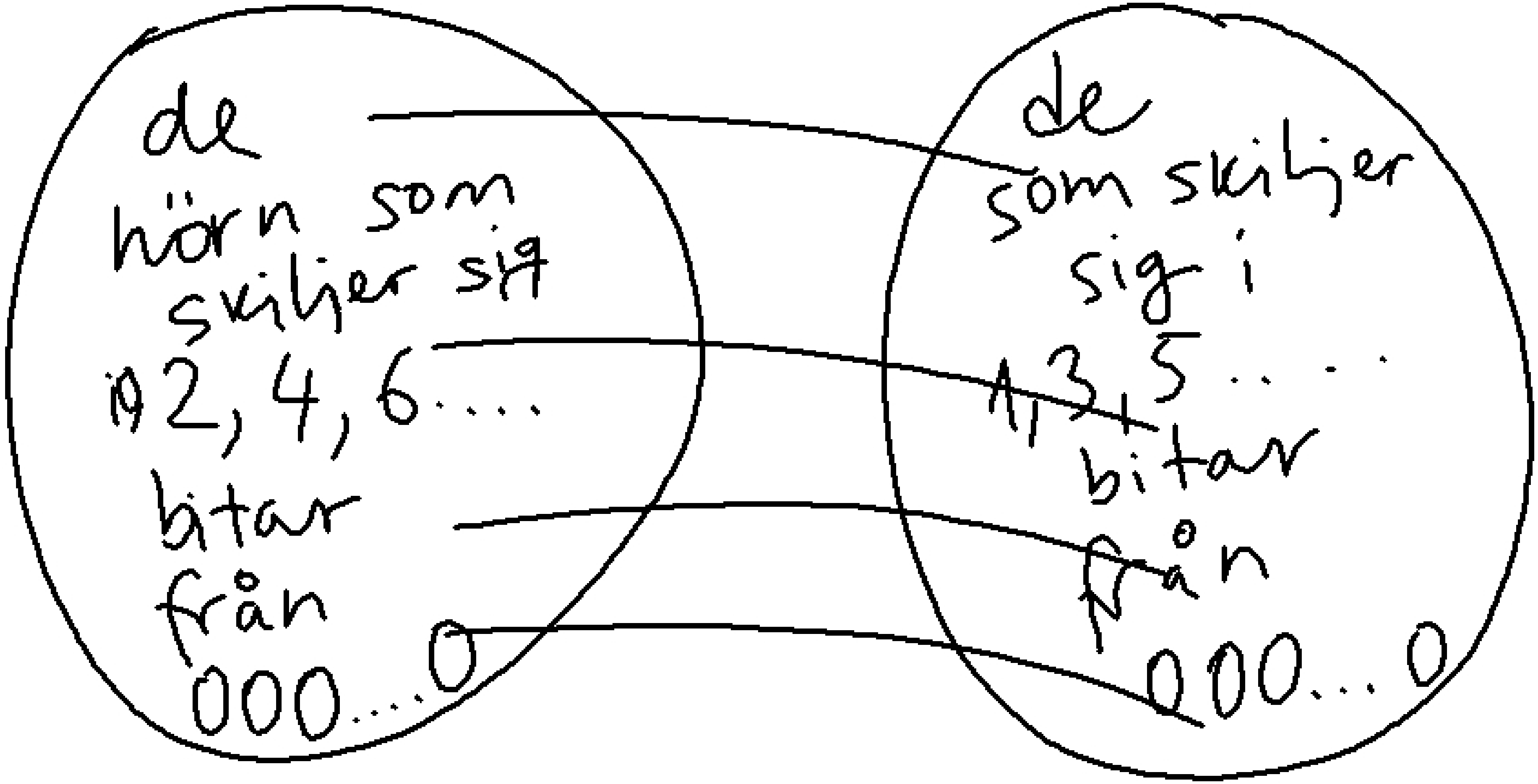
hörnen är markerade med bitsträngar av längd k.

om 2 hörn skiljer sig med precis en bit så finns det en kant mellan dem.

Annars inte.

Visa att Q_k är k-reg och bip

Q_k är k-reg för att
i varje hörn (bitsträng av
längd k)
finns det exakt k bitar
att ändra; varje ändring
svarar mot ett grannhörn.
Bipartit, för att

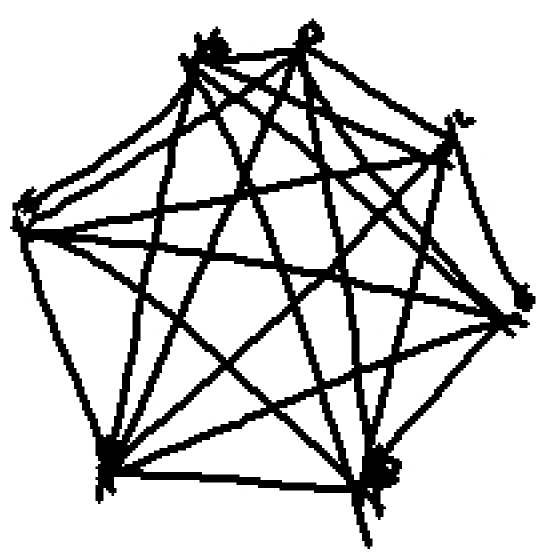

de hörn som skiljer sig 2, 4, 6 .... bitar från 000....0
de som skiljer sig i 1, 3, 5 .... bitar från 000...0

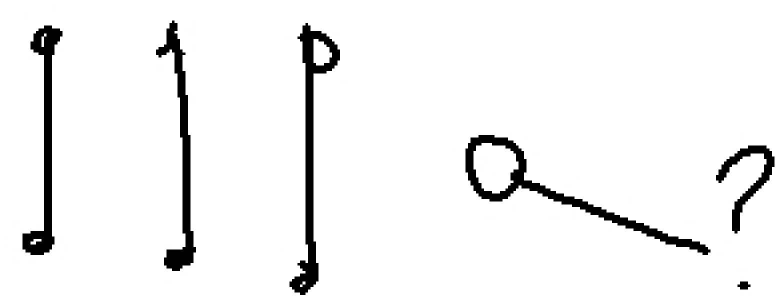
$\boxed{\text{2003-04-23}}$

5 Alla icke-isomorfa sammanhängande reguljära grafer med 7 hörn.

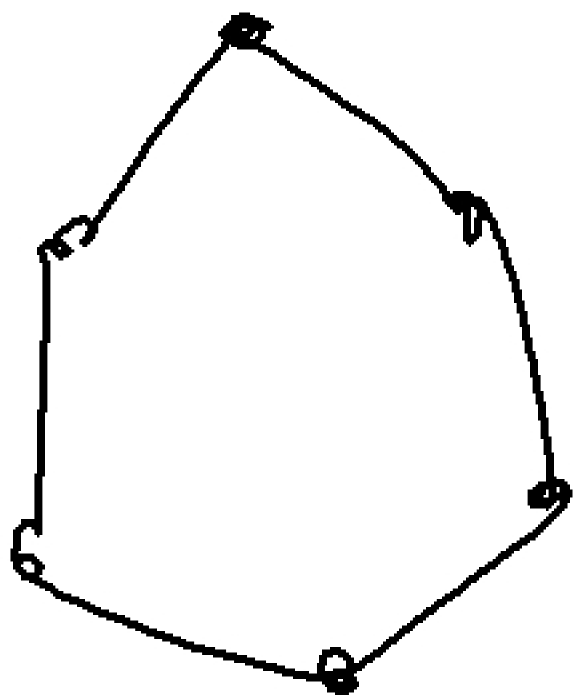
kompl.

K_7 är 6-reg.   ~~5-reg.~~   4-reg   3 ?





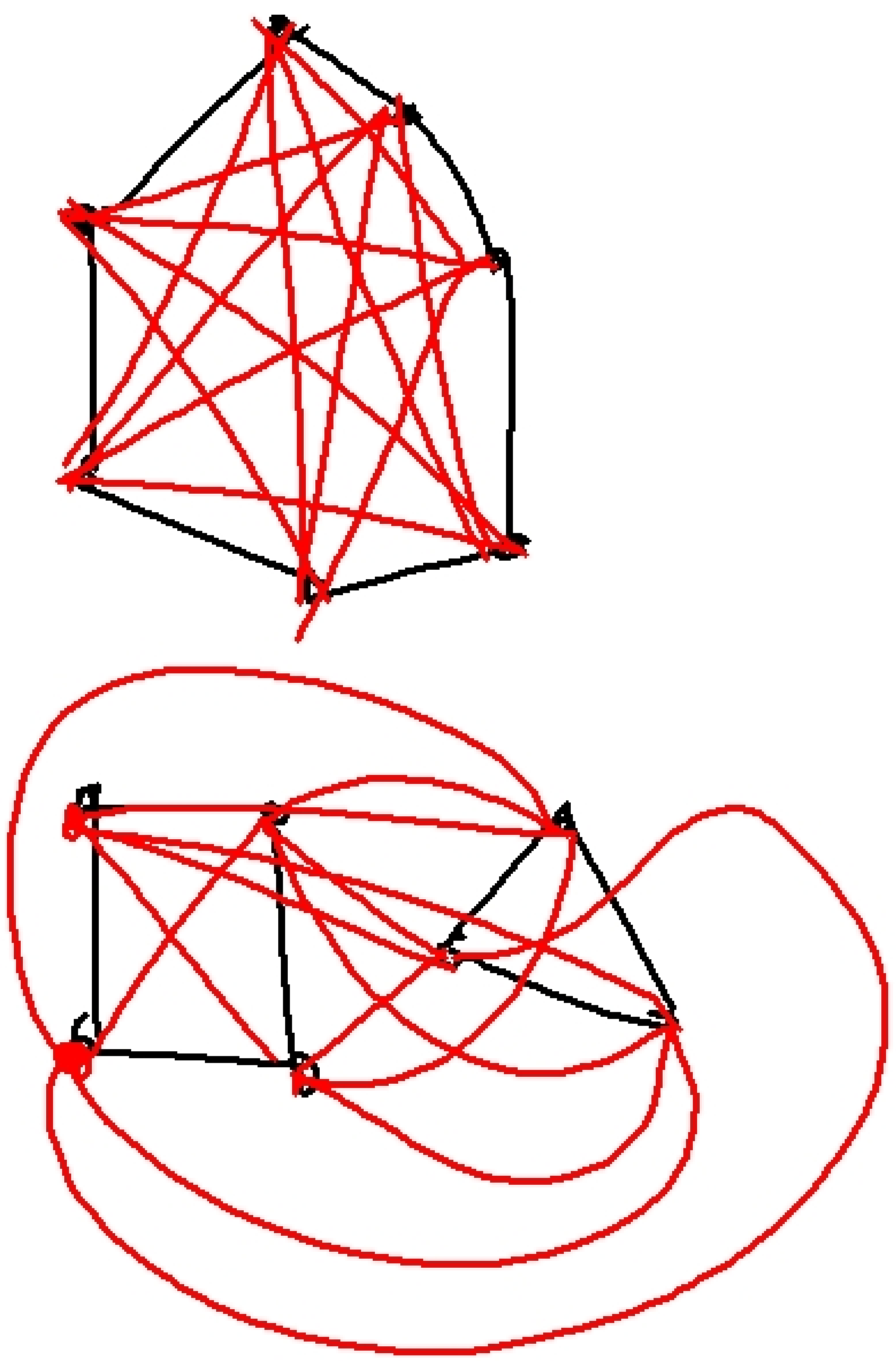
2-reguljär + sammanhängande



3-reg

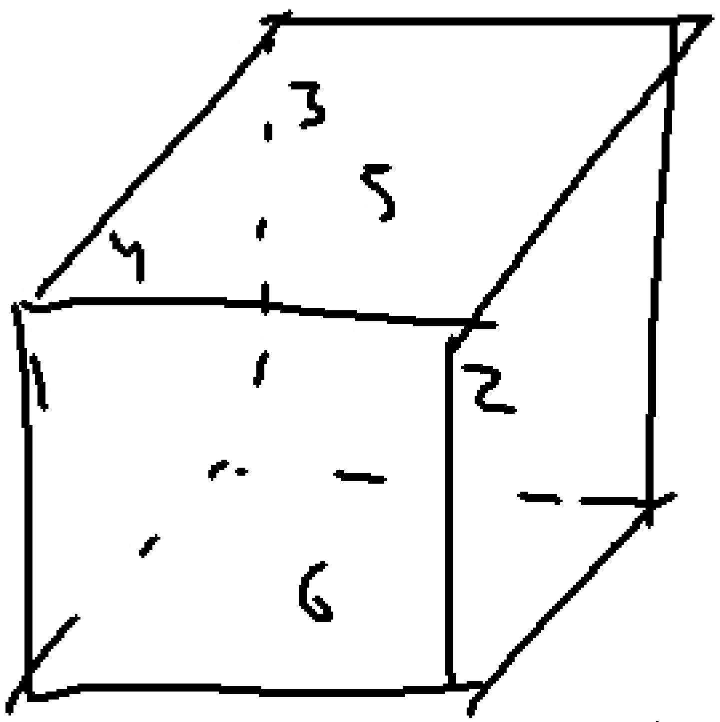
$7 \cdot 3 = 2 \cdot |E|$ omöjligt, 3-reg finns inte.

4-reg. är allihopa komplement till 2-reg.



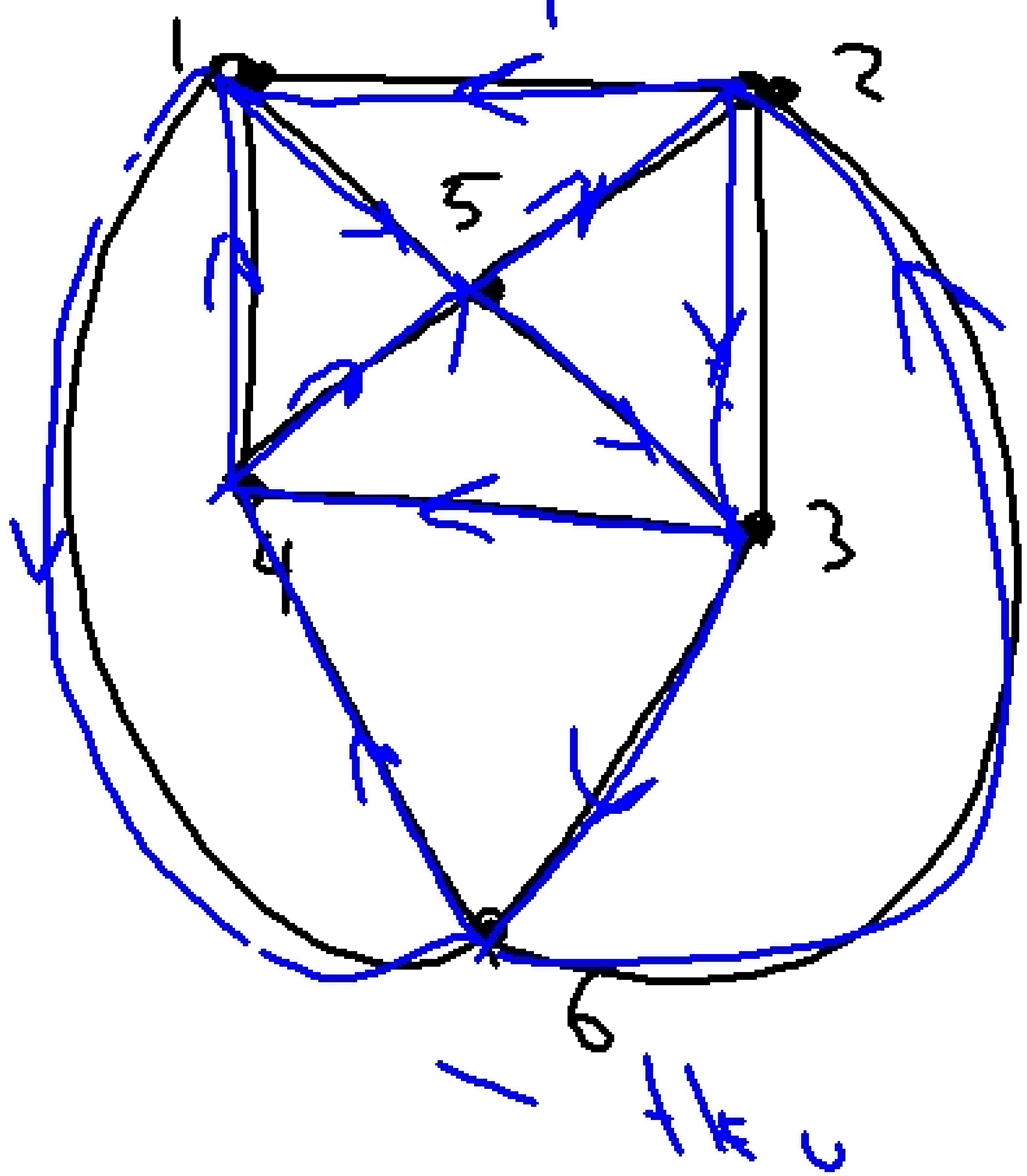
$\boxed{2002-04-11}$

5 $G = \{$ hörn
är sidor i en kub, och en kant i G finns om motsvarande sidor i kuben har en gemensam kant $\}$.



1	2	3	4	5	6
4	5	4	1	3	3
6	6	2	3	1	1
5	1	5	5	4	4
2	3	6	6	2	2

Eulersk cykel finns



Hamilton stig