KAPITEL 3 HELTALSARITMETIK

Divisionsalgoritmen — känner alla
till
(”stolen”, eller ”trappan”)

går ut på

SATS 3.1 Har man 2 heltal p och $d \neq 0$ så kan man alltid skriva

$$p = q \cdot d + r, \quad 0 \leq r < |d|$$

för något heltal q.

Om delaren d är positiv, är
resten r alltid $< d$.

Om d är negativ så är $r < -d$.

EXEMPEL (övn. 3.2)

Kör divisionsalgoritmen på $\underset{p}{\underset{\shortparallel}{35}}$ och $\underset{d}{\underset{\shortparallel}{3}}$.

$$\begin{array}{r|l}
35 & 3 \\ \hline
-\underline{3} & \textcircled{11}\ q \\
5 & \\
\underline{3} & \\
\boxed{2} & r
\end{array}$$

$$\boxed{35 = 11\cdot 3 + 2}$$

11 är kvoten, 2 resten

Kör den även på 40 och -3

r kommer att vara < 3

$$\begin{array}{r|l} 40 & 3 \\ \hline -3 & 13 \\ \hline 10 & \\ -9 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$\boxed{40 = (-3)\cdot\underbrace{(-13)}_{\text{kvoten}} + \underset{\underset{\text{resten}}{\uparrow}}{1}}$$

TALBASER

Vi använder DECIMALA POSTIONSSYSTEMET
(10 siffror)

$$\underset{\overset{\uparrow}{4}}{1}\,\underset{\overset{\uparrow}{3}}{2}\,\underset{\overset{\uparrow}{2}}{3}\,\underset{\overset{\uparrow}{1}}{4}\,\underset{\overset{\uparrow}{0}}{2} = 1\cdot 10^4 + 2\cdot 10^3 + 3\cdot 10^2 + 4\cdot 10 + 2$$

position

10 heter då talsystemets bas

Man kan använda andra baser

T.ex **bas 16**

siffrorna är 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Så t.ex

$$A12_{16} = 10 \cdot 16^2 + 1 \cdot 16 + 2 =$$

$$= 2560 + 16 + 2 = 2578_{10}$$

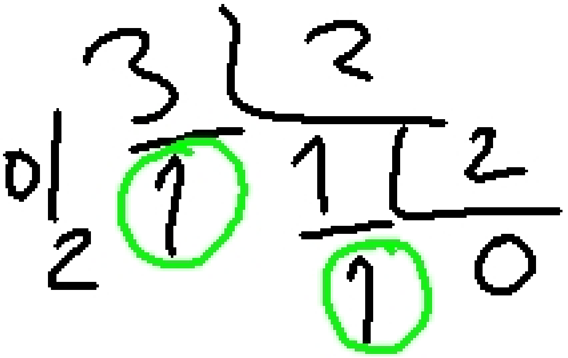
bas 2

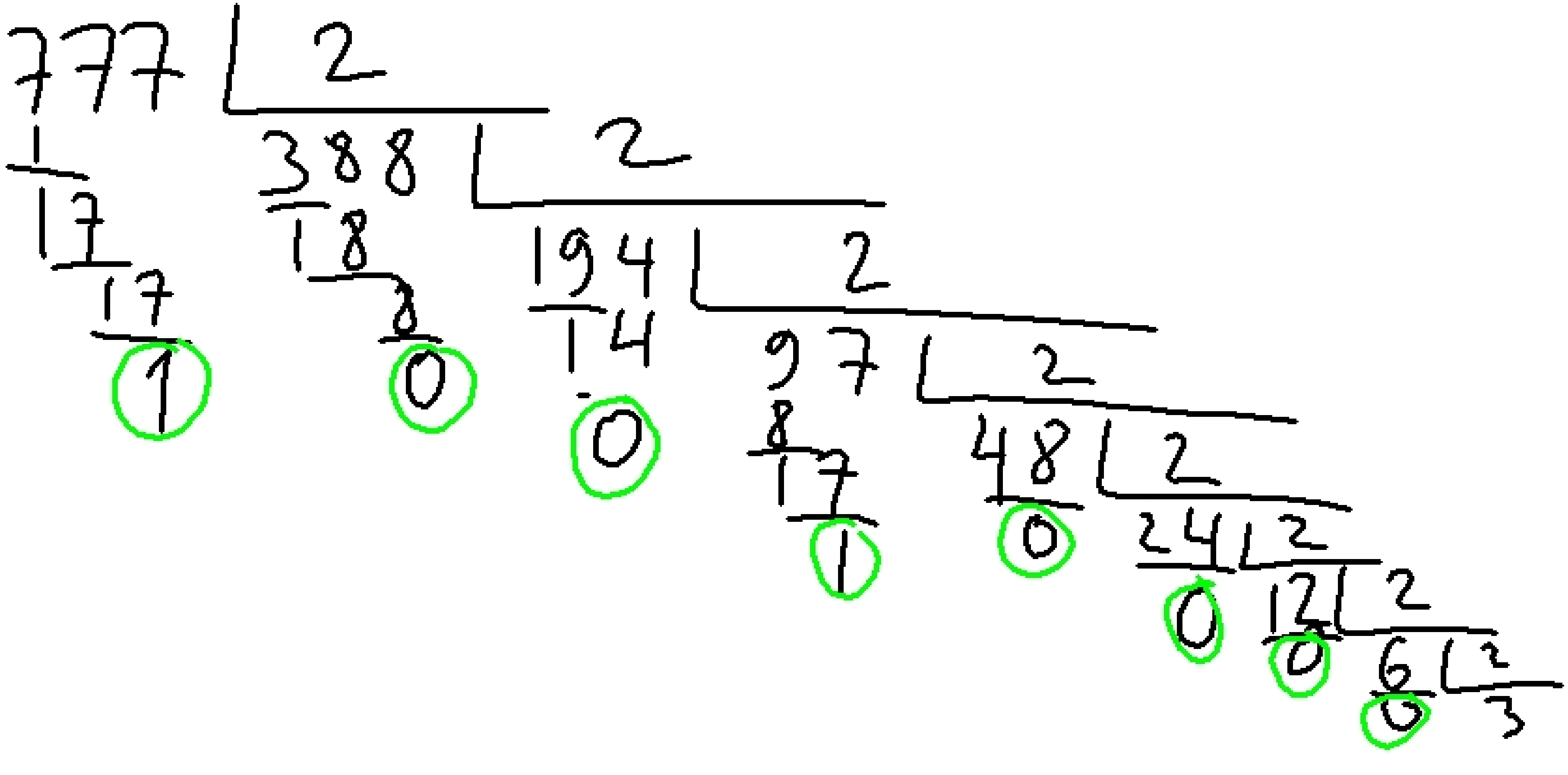
Bara 2 siffror, 0 och 1

$$\begin{array}{rl}
100110111_2 = & \\
256+32+16+4+2+1 = & \left\{\begin{array}{l} 1+1\cdot 2^1+1\cdot 2^2+ \\ +0\cdot 2^3+1\cdot 2^4+ \\ +1\cdot 2^5+0\cdot 2^6 \\ +0\cdot 2^7+ \\ +1\cdot 2^8 \end{array}\right. \\
\parallel & \\
311_{10} &
\end{array}$$

Hur kan man skriva tal i bas 10 med hjälp av nån annan bas?

777_{10} = (rester baklänges) = 1100001001_2





$777_{10} = ?_5$ (resterna baklänges)

777 | 5
27
27
2

155 | 5
05
0

31 | 5
1

6 | 5
1

1 | 5
1 0

$11102_5 =$

$= 1\cdot5^4 + 1\cdot5^3 +$

$1\cdot5^2 + 0\cdot5 +$

2

$625 + 125 + 25 +$

$2 = 777_{10}$

Övergångar mellan bas 2, bas 8 och bas 16

är spec. enkelt

4 binära siffror är en hexadecimal siffra.

3 binära siffror är en oktal siffra:

000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

Exempel

$$ABE_{16} = \overset{5}{\boxed{101}}\overset{2}{\boxed{010}}\overset{7}{\boxed{111}}\overset{6}{\boxed{110}}{}_2 = 5276_8$$

A svarar mot 1010

B svarar mot 1011

$$E_{16} = 14_{10} = 8_{16} + 6_{10} = 1000_2 + 100_2 + 10_2 = 1110$$

3.3. Primtal och DELARE

Def: Talet d **DELAR** talet m om resten vid divisionen av m med d är 0.

$3 \mid 6$ = "tre delar 6"

$6 \mid 24$

$5 \nmid 37$ "delar inte" (för resten blir 2)

d är en faktor i m

m är en multipel av d

m är delbar med d.

$d|m$

OBSERVATION

Vissa tal har många delare,
andra färre.

Klallas
Primtal. →

vissa har t om bara 2: sig själv och 1

ARITMETIKENS FUNDAMENTALSATS

Varje heltal kan på ett entydigt sätt skrivas som en produkt av primtal (om man bortser från ordningen)

EX:

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$$

$$77 = 7 \cdot 11$$

Antag nu att det finns ändligt många primtal: $p_1, p_2, p_3, \dots p_k$

Betrakta nu talet

$$N = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_k + 1$$