

Grupper (II, kap. 2)

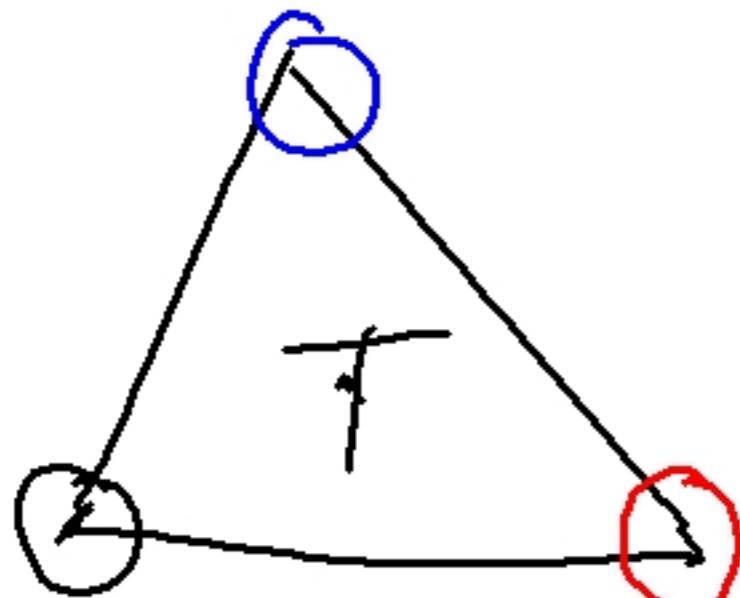
en grupp är en mängd G med
en operation \cdot , så att

- 1) $x, y \in G \Rightarrow x \cdot y$ också ligger i G
- 2) $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$; produkten är associativ
- 3) Det finns ett spec. element $e \in G$, s.a.
 $x \cdot e = e \cdot x = x$

4) Till varje $x \in G$ kan vi hitta
ett "x-invers" $x^{-1} \in G$

$$x \cdot x^{-1} = x^{-1} \cdot x = e$$

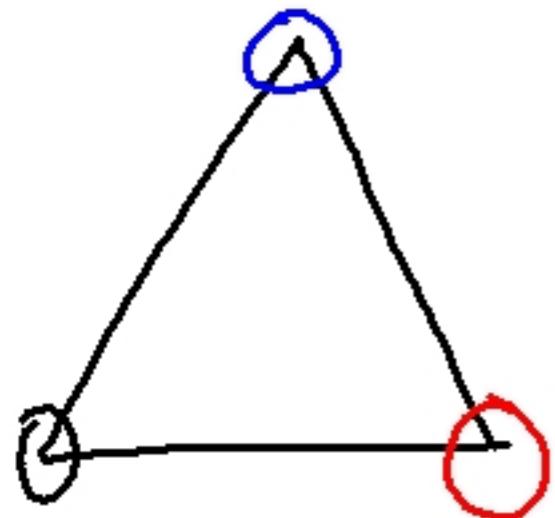
Ex:



vilka rörelser
överför T till
sig själv?

e = "rör inget"
 s_1 = "snurr 120° medurs"
 s_2 = "snurr 240° medurs"

3 Speglingar:



$$t_1 = \text{ (a single node with a self-loop)} \quad \text{(a blue circle and a red circle connected by a double-headed arrow)}$$
$$t_2 = \text{ (two nodes connected by a curved arrow)} \quad \text{(a blue circle and a red circle with a curved arrow between them)}$$
$$t_3 = \text{ (three nodes connected by two curved arrows)} \quad \text{(a blue circle, a red circle, and a black circle with two curved arrows between them)}$$

"multiplikationstabellen"

	e	s_1	s_2	t_1	t_2	t_3	
e	e	s_1	s_2	t_1	t_2	t_3	
s_1	s_1	s_2	e	t_3			
s_2	s_2	e	s_1	t_2			
t_1	t_1	t_2	t_3	e			
t_2	t_2				e		
t_3	t_3					e	

1) rörelse \times rörelse = rörelse igen S₃

2) associativiteten gäller

3) e = "tör inget" är det
neutrala elementet

4) $s_1 s_2 = e$, $(t_i)^2 = e$ $i=1,2,3$.
Så det blir en grupp.

1) $(\mathbb{Z}, +)$ är en grupp

2) (\mathbb{Z}, \cdot) ej grupp (2^{-1}
måste vara !)

3) $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ en grupp.
även $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

$(\mathbb{Z}_n, +)$ är en grupp.

När är $(\mathbb{Z}_n \setminus \{0\}, \cdot)$

en grupp — på fredag.