Grupper (II, kap. 2)

en grupp är en mängd G med en operation $\cdot$, så att

1) $x, y \in G \Longrightarrow x \cdot y$ också ligger i G

2) $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$ i produkten är associativ

3) Det finns ett spec. element $e \in G$, s.a.

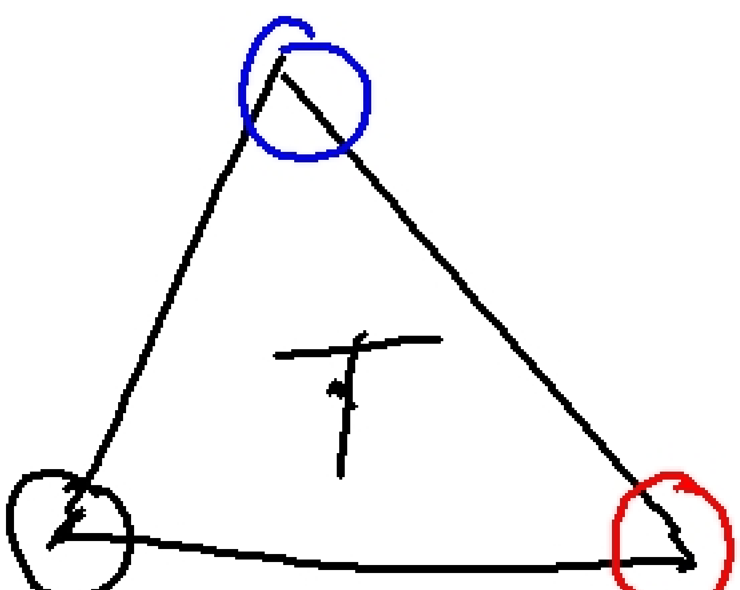
$$x \cdot e = e \cdot x = x$$

4) Till varje $x \in G$ kan vi hitta ett "x-invers" $x^{-1} \in G$

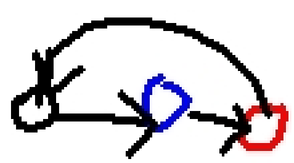
$$x \cdot x^{-1} = x^{-1} \cdot x = e$$

Ex:

vilka rörelser överför T till sig själv?



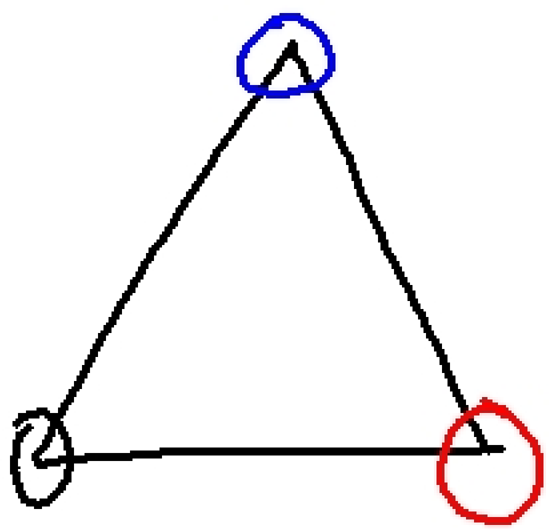
e = "rör inget"



s_1 = "snurr 120° medurs"

s_2 = "snurr 240° medurs"

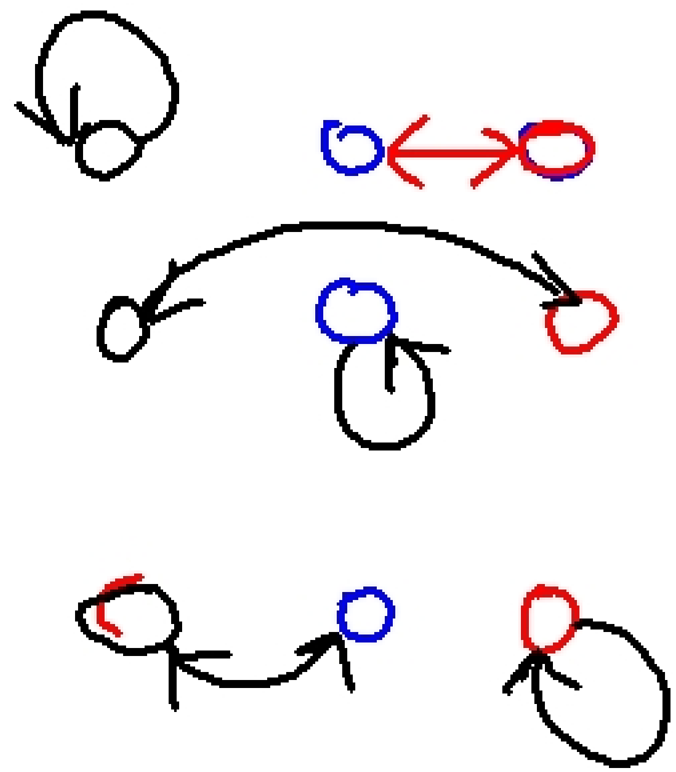
3 speglingar:



$t_1 =$

$t_2 =$

$t_3 =$



"multiplikationstabellen"

	e	s_1	s_2	t_1	t_2	t_3
e	e	s_1	s_2	t_1	t_2	t_3
s_1	s_1	s_2	e	t_3		
s_2	s_2	e	s_1	t_2		
t_1	t_1	t_2	t_3	e		
t_2	t_2				e	
t_3	t_3					e

S_3

1) rörelse x rörelse = rörelse igen

2) associativiteten gäller

3) e = "rör inget" är det neutrala elementet

4) $s_1 s_2 = e$, $(t_i)^2 = e$ $i = 1, 2, 3$.

så det blir en grupp.

1) $(\mathbb{Z}, +)$ är en grupp

2) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ ej grupp (2^{-1} måste vara med!)

3) $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ en grupp.

även $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

$(\mathbb{Z}_n, +)$ är en grupp.

När är $(\mathbb{Z}_n \setminus \{0\}, \cdot)$ en grupp — på fredag.