Institutionen för matematik
KTH

Tentamensskrivning på kursen Diskret matematik för IT1, 5B1118, fredagen den 14 januari 2005 klockan 14.00-19.00.

Examinatorer: Olof Heden.

Tillåtna hjälpmedel: Inga.

Gränser: 20 poäng eller mer ger betyget tre, 26 poäng eller mer ger betyget fyra och 32 poäng eller mer ger betyget fem.

Övrigt: Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. De elever på IT-linjen som under höstterminen 2004 blivit godkända på lappskrivning nummer i får automatiskt 3p på uppgift nummer i på del A nedan.

DEL A

1. (3p) Bestäm den största gemensamma delaren till de bägge talen 314 och 513.

2. (3p) Visa med hjälp av ett induktionsbevis att formeln

$$1 + 4 + 7 + \ldots + (3n - 2) = \frac{1}{2}n(3n - 1)$$

gäller för alla naturliga tal n.

3. (3p) Ur en klass med 12 pojkar och 8 flickor skall en kommitee bestående av tre pojkar och och två flickor väljas. Hur många olika kommiteer kan bildas på detta sätt? Svaret skall ges i form av ett heltal.

4. (3p) Välj själv en grupp med fem element och skriv upp dess multiplikations- (eller om man så vill) additionstabell.

5. (3p) Låt $G = \{a, a^2, a^3, \ldots, a^{12} = e\}$ vara en cyklisk grupp. Gruppen G genereras alltså av elementet a och har e som identitetselement. Ange en delgrupp H till G med fyra element och skriv upp alla höger sidoklasser till H i G.

6. (3p) Betrakta ett RSA-krypto med $n = 77$ och $e = 11$. Bestäm dekrypteringsnycklen d och dekryptera meddelandet 2, dvs bestäm a om $E(a) = 2$.

DEL B

7. (5p) Bestäm samtliga element x och y i ringen Z_{11} som satisfierar ekvationssystemet

$$\begin{array}{rcrcl} x & + & y & = & 5 \\ 5x & + & 10y & = & 3. \end{array}$$

8. (5p) Bestäm antalet sätt att dela in mängden $\{1, 2, \ldots, 7\}$ i fyra icketomma delmängder sådana att elementen 1 och 2 hamnar i olika delmängder.

9. (5p) Låt S_9 beteckna mängden av alla permutationer på mängden $\{1, 2, 3, \ldots, 9\}$. Bestäm tre olika permutationer $\sigma \in S_9$ sådana att

$$\sigma^3 = (1\ 2\ 3\ 4)(5\ 6)(7)(8)(9).$$

10. (5p) I en graf G med n stycken noder låter vi $\delta(v)$ beteckna noden v:s valens eller grad. Visa att om G saknar multipla kanter och öglor (loopar), samt uppfyller villkoret

$$\delta(w) + \delta(u) \geq n - 1$$

för alla par av noder $w \neq u$ i grafen G så är G sammanhängande.