

Institutionen för matematik
KTH

Tentamensskrivning på kursen Diskret matematik för Media 1 och IT1, 5B1118, fredagen den 26 augusti 2005 klockan 08.00-13.00.

Examinatorer: Olof Heden.

Tillåtna hjälpmedel: Inga.

Gränser: 20 poäng eller mer ger betyget tre, 26 poäng eller mer ger betyget fyra och 32 poäng eller mer ger betyget fem.

Övrigt: Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. De elever på Mediaprogrammet som under vårterminen 2005 blivit godkända på lappskrivning nummer i får automatiskt 3p på uppgift nummer i på del A nedan. Samma gäller de elever på IT-linjen som under höstterminen 2004 blivit godkända på lappskrivning nummer i . De får automatiskt 3p på uppgift nummer i på del A nedan. Detta gäller för $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

DEL A

1. (3p) Bestäm den största gemensamma delaren till talen 891 och 1435.
2. (3p) Visa med hjälp av ett induktionsbevis, eller på annat sätt, att formeln

$$1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + \dots + (-1)^n(2n + 1) = (-1)^n(n + 1)$$

är giltig för alla naturliga tal $n \geq 0$.

3. (3p) I en klass bestående av 8 pojkar och 11 flickor skall tre pojkar och en flicka ställa sig i ett led. Hur många olika led kan bildas.
4. Följande tabell är multiplikationstabell till en grupp G med fyra element:

·	1	a	b	c
1	1	a	b	c
a	a	b	c	1
b	b	c	1	a
c	c	1	a	b

- a) (1p) Är gruppen G abelsk (eller med andra ord kommutativ)?
- b) (1p) Beräkna $a^{-1}b^3$.
- c) (1p) Bestäm a^{445} .
5. (3p) Visa att gruppen $G = \langle Z_{11} \setminus \{0\}, \cdot \rangle$ är en cyklisk grupp till exempel genom att bestämma ett element i G som genererar hela gruppen.
6. (3p) Ett RSA-krypto har $n = 55$ och $e = 13$. Du är mottagaren i kryptot och erhåller det krypterade meddelandet $E(a) = 2$. Dekryptera detta meddelande, dvs bestäm $D(2)$.

V.G.V.

DEL B

7. (5p) Lös i ringen Z_{63} ekvationssystemet

$$\begin{cases} 37x + 5y = 2 \\ 4y = 1. \end{cases}$$

8. (5p) Rita en Hamiltonsk graf med 15 noder sådan att nio av noderna har valensen 2 och de återstående sex noderna alla har valensen 4.

Anm. En graf är Hamiltonsk om den har minst en Hamiltoncykel.

9. (5p) Bestäm två grupper G_1 och G_2 , med samma antal element, men som inte är isomorfa och med egenskapen att båda innehåller minst en delgrupp med två element och minst en delgrupp med tre element.

10. Personerna A, B, C, D och E skall plocka enkronor ur en hög med 18 stycken enkronor. På hur många olika sätt kan pengarna fördelas om

- a) (2p) A och B får lika mycket pengar,
- b) (2p) A får mer pengar än B,
- c) (1p) A får mindre pengar än B.

Man kan förutsätta att alla pengar plockas upp.

Anm. Svaret får innehålla uttryck med binomialkoefficienter som ej har räknats ut.