Institutionen för matematik
KTH

Tentamensskrivning på kursen Diskret matematik för Media 1 och IT1, 5B1118, måndagen den 16 januari 2006 klockan 14.00-19.00.

Examinatorer: Olof Heden.

Tillåtna hjälpmedel: Inga.

Gränser: 20 poäng eller mer ger betyget tre, 26 poäng eller mer ger betyget fyra och 32 poäng eller mer ger betyget fem.

Övrigt: Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. De elever på Mediaprogrammet som under under vårterminen 2005 blivit godkända på lappskrivning nummer i får automatiskt 3p på uppgift nummer i på del A nedan. Samma gäller de elever på IT-linjen som under höstterminen 2005 blivit godkända på lappskrivning nummer i. De får automatiskt 3p på uppgift nummer i på del A nedan. Detta gäller för $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

DEL A

1. (3p) Lös ekvationen $7x - 32 = 25$ i ringen Z_{43}.
2. (3p) Visa med hjälp av ett induktionsbevis att formeln
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + \ldots + (2n - 1) = n^2$$
är giltig för alla naturliga tal $n \geq 1$.
3. (3p) Femton olika julklappar skall fördelas mellan tre barn så att det äldsta barnet får sju julklappar, det yngsta barnet får tre julklappar och det tredje barnet de återstående julklapparna. På hur många sätt kan detta ske. Svaret skall ges i formen av ett heltal.
4. Betrakta den multiplikativa grupp G som består av de inverterbara elementen i ringen Z_{10}. Skriv ner en multiplikationstabell till G. Använd också tabellen du fick för att beräkna produkten av alla element i G.Förklara också utifrån tabellens struktur varför man lätt kan se att gruppen är abelsk.
5. Låt G beteckna gruppen $G = (Z_6, +) \times (Z_6, +)$.
   (a) (1p) Ange en delgrupp till G med tre element.
   (b) (1p) Har G någon delgrupp med 15 element. Motivera ditt svar.
   (c) (1p) Har G något element av ordning 12? Motivera ditt svar.
6. En 1-felsrättande kod C har kontrollmatrisen
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$
   (a) (1p) Ange antalet ord i C.
   (b) (1p) Ange ett kodord $\bar{c}$ som inte är nollordet, dvs $\bar{c} \in C$ och $\bar{c} \neq 000000$.
   (c) (1p) Ordet 111111 tillhör inte C. Undersök om ordet går att rätta och rätta det i så fall.

V.G.V.

DEL B

7. (5p) Betrakta den Booleska funktionen

$$f(x, y, z, w) = \overline{zw + xy}$$

Bestäm en minimal disjunktiv form för $f(x, y, z, w)$.

8. Tio identiska äpplen och tio identiska päron skall fördelas bland fyra olika pojkar. På hur många olika sätt kan detta ske om

(a) (1p) Varje pojke får lika många päron som äpplen.
(b) (2p) Varje pojke får minst ett äpple och en av pojkarna får alla päron.
(c) (2p) Inga restriktioner finns.

9. (5p) Ett löv i ett träd är en nod med valensen (dvs graden) ett. Ett givet träd T har 113 noder med valensen 2, 38 noder med valensen 3 och 15 noder med valensen 4. Resterande noder är löv. Bestäm antalet löv.

10. (5p) Betrakta gruppen S_4 som består av alla permutationer på mängden $\{1, 2, 3, 4\}$. Bestäm tre olika delgrupper H_1, H_2 och H_3 till S_4, samtliga innehållande åtta element vardera, dvs $|H_1| = 8$, $|H_2| = 8$ och $|H_3| = 8$. (Du får två delpoäng om du hittar en delgrupp med åtta element och sammanlagt fyra delpoäng om du hittar två olika delgrupper med vardera åtta element.)