Matematiska Institutionen
KTH

Lappskrivning nr 1, variant A, på kursen Diskret matematik, 5B1118, för IT1, onsdagen den 3 november 2004 kl 13:15-14.00.

OBS Svaren skall motiveras och lösningarna skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Bestäm den största gemensamma delaren till talen 418 och 371.

   Lösning: Euklides algoritm ger att
   418=371+47,
   $371 = 8 \cdot 47 - 5$,
   $47 = 9 \cdot 5 + 2$,
   $5 = 2 \cdot 2 + 1$.
   Då talet ett är den minsta ickeförsvinnande resten så
   SVAR: 1.

2. Lös i ringen Z_{19} ekvationen $8x = 5$.

   Lösning: Vi beräknar först inversen till 8 i ringen Z_{19} med hjälp av Euklides algoritm. $19 = 2 \cdot 8 + 3$, $8 = 3 \cdot 3 - 1$ ger att $1 = 3 \cdot 3 - 8$ och därmed att $1 = 3 \cdot (19 - 2 \cdot 8) - 8 = 3 \cdot 19 - 7 \cdot 8$. Detta kan skrivas som

   $$1 \equiv_{19} 3 \cdot 0 - 7 \cdot 8 \equiv_{19} (-7) \cdot 8 \equiv_{19} 12 \cdot 8.$$

   Således är inversen till 8 lika med 12. Vi får nu med räkningar i ringen Z_{19} att

   $$12 \cdot 8x = 12 \cdot 5 \quad \text{dvs} \quad x = 3$$

   eftersom $12 \cdot 5 \equiv_{19} 60 \equiv_{19} 3$.

   SVAR: 3.

3. Konvertera det decimala talet 795 till oktal form.

   Lösning: Vi använder lärobokens algoritm;
   $795 = 8 \cdot 99 + 3$
   $99 = 8 \cdot 12 + 3$
   $12 = 8 \cdot 1 + 4$
   $1 = 0 \cdot 8 + 1$.
   Vi ser nu att $12 = 1 \cdot 8 + 4$,

   $$99 = 8 \cdot (1 \cdot 8 + 4) + 3 = 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0$$

   och slutligen

   $$795 = 8 \cdot 99 + 3 = 8 \cdot (1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0) + 3 = 1 \cdot 8^3 + 4 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0.$$

   SVAR: 1433.