Matematiska Institutionen
KTH

**Lappskrivning nr 2, variant B, på kursen Diskret matematik, 5B1118, för IT1, onsdagen den 9 november 2005 kl 08:15-09.00 med svar.**

1. (3p) Visa med hjälp av ett induktionsbevis att för alla naturliga tal $n$ gäller att $14^n - 1$ är jämnt delbart med 13.

   I. $14^0 - 1 = 0$ som ju är delbart med 13.

   II. Antag att 13 delar $14^n - 1$, dvs $14^n = 13k + 1$. Då gäller

   $$14^{n+1} - 1 = 14 \cdot 14^n - 1 = 14(13k+1) - 1 = 13(14k+1),$$

   dvs 13 delar $14^{n+1} - 1$.

   III. Enligt induktionsaxiomet gäller nu påståendet för alla naturliga tal.

2. Låt $A$, $B$, $C$ och $D$ beteckna nedanstående mängder:

   $$A = \{a, b, c, d, e\}, \quad B = \{b, c, e, g, h\}, \quad C = \{a, b, d, f, g\}, \quad D = \{d, e, f, g, h\}.$$

   Ange de element som tillhör mängderna (Endast svar räcker på denna uppgift.)

   (a) (1p) $A \cap (B \cup D) = \{b, c, d, e\}$ dvs elementen $b, c, d$ och $e$.

   (b) (1p) $B \cap C \cap D = \{g\}$ dvs elementet $g$.

   (c) (1p) $(C \setminus A) \setminus D = \emptyset$ dvs inga element.

3. (3p) Låt $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$. Bestäm alla delmängder $D$ till $A$ sådana att $D \in A$.
   Totalt har $A$ åtta stycken delmängder nämligen $B_0 = \emptyset$,
   $B_1 = \{\emptyset\}$,
   $B_2 = \{\{\emptyset\}\}$,
   $B_3 = \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$,
   $B_4 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$,
   $B_5 = \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$,
   $B_6 = \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$
   och $B_7 = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$.

   Mängden $A$ består av tre element $a_1 = \emptyset$, $a_2 = \{\emptyset\}$ och $a_3 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.

   Det gäller att delmängderna $B_0 = a_1$, $B_1 = a_2$, $B_4 = a_3$ som alltså tillhör $A$ men att övriga fem delmängder inte gör det.