Matematiska Institutionen
KTH

Lösningar till lappskrivning nr 3, variant A, på kursen Diskret matematik, 5B1118, för IT 1, onsdagen den 16 november 2005, 09.15-10.00.

1. Två lärare och 14 skolbarn skola bilda ett led. Först och sist i ledet skall en lärare gå. Hur många olika led kan bildas?

   Lösning

   Op 1. Barnen ställs på ett led; $n_1 = 14!$

   Op 2. Lärarna placeras ut, en först och en sist; $n_2 = 2!$

   Multiplikationsprincipen ger nu

   Svar: $n_1 \cdot n_2 = 14! \cdot 2!$.

2. Bland 8 personer A, B, C, D, E, F, G och H skall utses en kommite' bestående av fyra personer. Dock kan ej både A och H delta i samma kommite' då de är osams. Hur många kommite'er kan man bilda.

   Lösning

   Totalt finns det $\binom{8}{4}$ olika kommiteer. Av dessa är de där både A och H deltar otillåtna. Antalet sådana är $\binom{6}{2}$, ty om både A och H ingår skall ytterligare två väljas till kommiten bland de sex övriga.

   Vi får då

   Svar:
   $$\binom{8}{4} - \binom{6}{2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 55$$

3. En klass består av 12 pojkar och 15 flickor. De skall utföra en pardans där varje pojke dansar med en flicka. Av de tre flickor som blir över skall två dansa med varandra. Den tredje flickan får vara domare. Hur många dansuppställningar kan man bilda.

   Lösning

   Op 1. Välj de flickor som får dansa med pojkar; $n_1 = \binom{15}{12}$

   Op 2. Välj en pojke till var och en av flickorna; $n_2 = 12!$.

   Op 3. Välj domare bland de återstående tre flickorna; $n_3 = 3$.

   Multilpikationsprincipen ger nu

   Svar:
   $$\binom{15}{12} \cdot 12! \cdot 3$$

   OBS Fler möjliga uttryck för svaret finns.