

Matematiska Institutionen, KTH

Några problem till övning 11 den 5 december, Diskret matematik IT1, ht05.

1. Visa att det inte finns någon graf med valenssekvensen 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5.
2. Visa att om G är en graf med minst två noder så har minst två av noderna samma valens.
3. En acyklisk graf, dvs grafen saknar cykler, består av 143 noder och 100 kanter.
Hur många komponenter består grafen av.

4. Är följande grafer isomorfa?

a	b	c	d	e	f	respektive	1	2	3	4	5	6
b	a	a	a	b	c		2	1	2	3	2	1
c	c	b	e	d	d		4	3	4	5	4	3
d	e	f	f	f	e		6	5	6	1	6	5

5. Rita fyra grafer som uppfyller nedanstående

- (a) Varken Hamiltonsk eller Eulersk.
- (b) Eulersk men inte Hamiltonsk
- (c) Hamiltonsk men inte Eulersk.
- (d) Både Hamiltonsk och Eulersk.

6. Rita alla träd med 7 noder.

7. Rita två 3-regulära grafer med åtta noder.

8. Du deltar i ett RSA-krypto med $n = 143$ och $e = 59$. Dekryptera meddelandet $b = 2$.

9. Betrakta permutationerna φ och ψ nedan.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 7 & 5 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix} \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 4 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Skriv både φ och ψ som produkter av disjunkta cykler.
 - (b) Bestäm ordningen av $\varphi\psi$ respektive $\psi\varphi$.
 - (c) Skriv $\varphi\psi^{-1}$ som en produkt av transpositioner.
 - (d) Är $\varphi\psi^{-1}$ udda eller jämn.
 - (e) För vilka naturliga tal n finns det någon jämn permutation γ sådan att $\gamma\varphi^n = \psi$.
10. Betrakta nedanstående matris som en parity-check matris till en 1-felsrättande kod C .

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & * & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & * & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & * & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & * & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Visa att det inte går att bestämma elementen $*$ så att ordet 11111111 blir ett kodord.
- (b) Visa att det inte går att bestämma elementen $*$ så att ordet 11111110 blir ett kodord.
- (c) Det går att bestämma elementen $*$ så att ordet 01111110 blir ett kodord. Gör detta och använd den matrisen H du fick fram i uppgifterna nedan.
- (d) Bestäm antalet ord i koden C .
- (e) Försök att rätta ordet 11111111.
- (f) bestäm ett ord av vikt tre som tillhör koden.