Matematiska Institutionen
KTH

Några grupptal till övning 6 den 17 november, Diskret matematik IT1, ht05.

1. Låt G vara en grupp med multiplikationstabellen

$\circ$	1	a	b	c	d
1	1	a	b	c	d
a	a	b	c	d	1
b	b	c	d	1	a
c	c	d	1	a	b
d	d	1	a	b	c

   (a) Är gruppen abelsk.
   (b) Bestäm inverser till alla element.
   (c) Bestäm ordningen av alla element.
   (d) Beräkna $a \circ b \circ c \circ d$.

2. Det går att fylla i nedanstående tabell så att den blir multiplikationstabellen till en grupp. Gör detta.

$\circ$	a	b	c	d	f	g
a	a	b	c	d		g
b	b		g	f	d	c
c	c	f	a	g	b	
d			f		c	b
f		c	d		g	a
g	g	d			a	f

   (a) Är gruppen abelsk.
   (b) Bestäm inverser till alla element.
   (c) Bestäm ordningen av alla element.
   (d) Beräkna $b \circ c \circ d \circ f \circ g$.

3. Fyll i nedanstående tabeller så att de blir grupptabeller:

$\circ$	1	a	b	c
1	1	a	b	c
a	a	1		
b	b		1	
c	c			1

$\circ$	1	a	b	c
1	1	a	b	c
a	a		1	
b	b			
c	c			

4. Visa att följande tabell inte är någon multiplikationstabell till en grupp:

$\circ$	1	a	b	c	d
1	1	a	b	c	d
a	a	b	1	d	c
b	b	c	d	a	1
c	c	d	a	1	b
d	d	1	c	b	a

5. De inverterbara elementen i Z_{12} bildar en grupp under operationen multiplikation. Skriv upp multiplikationstabellen för denna grupp.

6. Visa att elementet 2 genererar gruppen $(Z_{11}\backslash\{0\},\cdot)$, dvs att till varje element $g \in (Z_{11}\backslash\{0\},\cdot)$ finns ett naturligt tal k så att $2^k = g$.

7. Låt a vara ett element i en grupp med identitetselementet e . Visa att om $a^n = e$ så gäller att $\sigma(a)$ delar n, där $\sigma(a)$ betecknar ordningen av elementet a.

8. Låt $\sigma(x)$ beteckna ordningen av ett element x i en grupp G. Visa att för varje element a i en grupp gäller att $\sigma(a) = \sigma(a^{-1})$.