

Matematiska Institutionen, KTH

**Några grupptal till övning 8 den 25 november, Diskret matematik IT1, ht05.**

1. Låt  $\varphi$  och  $\psi$  beteckna nedanstående permutationer på mängden  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 2 & 6 & 8 & 4 & 1 & 7 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 1 & 5 & 2 & 7 & 8 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

Beräkna  $\varphi\psi$ ,  $\psi\varphi$ ,  $\varphi^{-1}$  och  $\psi^{-1}$ .

2. Skriv permutationerna  $\varphi$  och  $\psi$  ovan som produkter av disjunkta cykler.

3. Låt  $\varphi$  och  $\psi$  beteckna nedanstående permutationer på mängden  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$$\psi = (1 \ 2 \ 4) (6 \ 3 \ 5 \ 7) \quad \psi = (1 \ 2 \ 4 \ 6) (3 \ 5 \ 7)$$

- (a) Skriv följande permutationer som en produkt av disjunkta cykler:  $\varphi\psi$ ,  $\psi\varphi$ ,  $\varphi^{-1}$  och  $\varphi^{-1}\psi\varphi$ .

- (b) Skriv  $\varphi$  och  $\psi$  på tablåform.

4. Bestäm ordningen av permutationerna  $\varphi$  och  $\psi$  ovan.

5. Kort med siffrorna 1, 2, 3, ... läggs ut på ett bord enligt nedan. De tas sedan upp radvis och läggs ut kolonnvis.

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{array} \quad \text{omplaceras till} \quad \begin{array}{ccc} 1 & 5 & 9 \\ 2 & 6 & 10 \\ 3 & 7 & 11 \\ 4 & 8 & 12 \end{array} \quad \text{omplaceras till} \quad \begin{array}{ccc} 1 & 6 & 11 \\ 5 & 10 & 4 \\ 9 & 3 & 8 \\ 2 & 7 & 12 \end{array}$$

Hur länge får man hålla på att ta upp och lägga ned innan man kommer tillbaka till ursprungskonfigurationen.

6. Bestäm ordningen av permutationen

$$\psi = (1 \ 2 \ 4 \ 6) (6 \ 3 \ 5 \ 7)$$

7. Skriv permutationerna  $\psi$  och  $\varphi$  nedan som produkter av transpositioner.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 1 & 5 & 6 & 2 & 7 & 8 & 4 \end{pmatrix} \quad \psi = (1 \ 2 \ 4 \ 6 \ 3 \ 8 \ 5 \ 7)$$

8. Bestäm en permutation  $x$  sådan att  $\varphi x = \psi$  där

$$\varphi = (3 \ 1 \ 5 \ 7) (2 \ 8 \ 4) \quad \psi = (1 \ 3 \ 5 \ 6 \ 4 \ 8 \ 2 \ 7)$$

9. Antag att  $\psi$  är en udda permutation och  $\varphi$  en udda permutation. För vilka naturliga tal  $n$ ,  $k$  och  $m$  är permutationen

$$\psi^n \varphi^m \psi^{-k}$$

en udda permutation.

10. Visa att mängden av all udda permutationer i symmetriska gruppen  $S_n$  är lika stor som mängden av jämna permutationer.