LEKTION 03-31

Vi fortsätter med ekvivalensrelationer.

Först noterar vi några egenskaper av ekvivalevsklasser: Låt R vara en ekvivalenrelation på A.

- $x \in [x]_R$ för varje $x \in A$.
- xRy om och endast om $x \in [y]_R$.
- om $[x]_R \neq [y]_R$ är $[x]_R \cap [y]_R = \emptyset$.

  Antag att $[x]_R \neq [y]_R$. Om $[x]_R \cap [y]_R \neq \emptyset$ då kan man hitta $v \in [x]_R \cap [y]_R$, dvs att vRx oxh vRy. Eftersom R är simmetrisk är xRv. Så xRv och vRy och då (R är transitiv) gäller xRy, dvs $[x]_R = [y]_R$.

Vi har visat att $\{[x]_R\}_{x\in A}$ är en partition av A.

Exempel Betrakta ekvivalensrelationen:

$$xRy \Longleftrightarrow x \equiv_n y$$

Ekvivalensklassen $[x]_R$ är kongruensklasser $[x]_n$ och

$$\mathbb{Z} = [0]_n \cup [1]_n \cup ... \cup [n-1]_n$$

Exempel LA vara en mängd med $|A| = n$. Vi kan definera en relation på $P(A)$:

$$B, C \subseteq A, ARB \Longleftrightarrow |C| = |B|$$

- Den är riflexiv: $|B| = |B|$ för varje delmängd $B \in P(A)$.
- Den är symmetrisk: on $|B| = |C|$ då är $|C| = |B|$.
- den är transitiv.

Det finns $n+1$ ekvivalens klasser: $A_i = \{B \in P(A) | |B| = i\}, i = 0, ..., n$ där $A_0 = \{\emptyset\}$ och $A_n = \{A\}$.