

**Tentamen i 5B1118 Diskret Matematik 5p.
Augusti, 2004**

- Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare med sifferdisplay.
- Väl motiverade svar krävs!
- För godkänt (=Betyg 3) fordras minst 18 poäng, för betyg 4 minst 23 poäng och för betyg 5 minst 30 poäng.

DEL A, 3p per uppgift.

(1) (3p) Visa med hjälp av induktion att:

$$n^2 - 2n - 1 > 0 \text{ för } n \geq 3$$

(2) (3p) Bestäm talet x om

$$\sum_{i=0}^{30} \binom{30}{i} 7^i = x^{90}.$$

(3) (3p) Bestäm om grafer G_1, G_2 med följande incidensmatriser är isomorfa.

$$A_{G_1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_{G_2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (4) (3p) Betrakta de följande permutationer $\sigma, \tau \in \mathbb{S}_7$:

$$\sigma = [3547216], \quad \tau = [1243657]$$

- (a) Skriv σ, τ på cykelform.
- (b) Bestäm σ^{-1} .
- (c) Bestäm $\tau \circ \sigma^{-1}$

- (5) (3p) Skriv checkmatrisen av en kod av längd 7 som rättar precis ett fel.

DEL B, 5p per uppgift.

- (6) (5p) Låt $S = \{a \in \mathbb{R} \text{ så att } a \neq -1\}$. Betrakta den följande operationen $*$:

$$a * b = a + b + ab$$

- (a) Visa att $*$ är en binära operation på S .
- (b) Visa att $(S, *)$ är en grupp.
- (c) Bestäm lösningen av $2 * x * 3 = 7$ i S .

- (7) (5p) Bestäm antalet 6 siffriga jämna heltal om ingen siffra förekommer mer än en gång.

- (8) (5p) Hur många permutationer av siffrorna 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 börjar med en trea eller slutar med an sju?

- (9) (5p) Betrakta de följande funktioner $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(x) = 103x + 173, \quad g(x) = ax + b$$

där $a, b \in \mathbb{Z}$. Bestäm alla värden på a och b för vilka:

$$f \circ g = g \circ f$$