KTH
Matematik

Tentamensskrivning på kursen Diskret matematik för Media, CL och IT, 5B1118, måndagen den 28 maj, klockan 14.00-19.00.

Examinatorer: Olof Heden och Bengt Ek.

Tillåtna hjälpmedel: Inga.

Gränser: För att få betyget godkänt på kursen krävs dels minst 12p på del A, dels minst 15p totalt på skrivningen (inklusive bonus från kontrollskrivningar). Maxpoäng på skrivningen, inklusive bonus från kontrollskrivningarna, är 40p. Betygsgränserna är: betyg 3: 15p, betyg 4: 21p, betyg 5: 28p.

Komplettering: De som kommer en eller två poäng från gränsen för ett godkänt resultat har rätt till komplettering. Tidpunkt för komplettering meddelas senare.

Övrigt: Lösningarna skall motiveras. Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. De elever som under under vårterminen 2007 blivit godkända på kontrollskrivning nummer i får automatiskt 3p på uppgift nummer i på del A nedan.

DEL A

1. (3p) Bestäm samtliga lösningar i ringen Z_{23} till ekvationen
$$19x + 2 = 17.$$

2. (3p) I en skolklass med 13 flickor och 12 pojkar skall man utse en grupp bestående av tre flickor och fyra pojkar. På hur många sätt kan en sådan grupp utses om precis en av pojkarna P_1 och P_2 i klassen, skall vara med i gruppen. (Svaret får innehålla de fyra räknesätten.)

3. (3p) Vi betraktar gruppen $G = (Z_{24}, +)$. Mängden $\{3, 9, 15, 21\}$ bildar en sidoklass till en delgrupp H till G. Bestäm H och ange ytterligare två sidoklasser till H i G.

4. En 1-felsrättande kod C har kontrollmatrisen
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
   (a) (1p) Ange antalet ord i C.
   (b) (1p) Ange ett kodord $\bar{c}$ som inte är nollordet, dvs $\bar{c} \in C$ och $\bar{c} \neq 000000$.
   (c) (1p) Ordet 111111 tillhör inte C. Undersök om ordet går att rätta till ett ord $\bar{c}$ i C. Bestäm i så fall ordet $\bar{c}$.

5. (3p) Undersök om det finns något träd med 37 noder, sådana att 15 noder har valensen (=graden) 1, 15 noder har valensen 2, 4 noder har valensen 4 och 3 noder har valensen 5.

V.G.V.

DEL B

6. (4p) Betrakta den kompletta (fullständiga) grafen K_{16}. Den grafen har ingen Eulerkrets. Hur många kanter måste man minst ta bort för att få en graf som har en Eulerkrets?

(Antalet poäng på denna uppgift, beräknas utifrån hur pass nära du kommer det minsta antalet kanter som måste tas bort och hur pass väl du motiverat din lösning. Enbart ett korrekt svar ger inte full poäng på denna uppgift.)

7. (4p) Betrakta den booleska funktionen

$$f(x,y,z,w) = \overline{z\bar{w}y(x+\bar{y})}$$

Bestäm en minimal disjunktiv form för $f(x,y,z,w)$.

8. (4p) Bestäm den största gemensamma delaren till de tre talen 1980, 1680 och 1188.

9. (4p) Det flyger k duvor mot n reden. Duvorna väljer reden slumpvis och helt oberoende av hur de andra duvorna väljer sina reden. Om k är mindre än eller lika med n, $k \leq n$, hur stor är då sannolikheten att minst ett rede innehåller minst två duvor.

10. (4p) Generellt gäller följande sats för cykliska grupper:

Sats. *Alla delgrupper till en cyklisk grupp G är cykliska. Om G har n element så finns till varje positiv delare d till n precis en delgrupp med d element.*

Denna sats är inte helt lätt att visa och det skall du inte heller göra. Du får nu följande information om grupperna G, H och K:

(i) Gruppen G är en cyklisk grupp.

(ii) H och K är delgrupper till G.

(iii) Antalet element i H är 348.

(iv) Antalet element i K är 570.

Undersök om ovanstående information räcker för att avgöra om $H \cap K$ har ett element av ordning sex.