

Matematiska Institutionen
KTH

Några grupptal inför KS3 Media1 vt07.

1. Betrakta en grupp G med multiplikationstabellen:

\circ	a	b	c	d	f	g	h	k
a	a	b	c	d	f	g	h	k
b	b	c	d	a	g	h	k	f
c	c	d	a	b	h	k	f	g
d	d	a	b	c	k	f	g	h
f	f	g	h	k	a	b	c	d
g	g	h	k	f	b	c	d	a
h	h	k	f	g	c	d	a	b
k	k	f	g	h	d	a	b	c

- (a) Är gruppen abelsk?
 (b) Bestäm identitets-element och bestäm inverser till alla element.
 (c) Bestäm alla element som har ordning 2.
 (d) Finns det något element som genererar hela gruppen, dvs finns det något element x så att varje element y i G kan skrivas $y = x^k$ för något heltal k .
 (e) Beräkna $abcdef$, $ac^{-1}d^2cd^{-1}$ och f^3g .
2. Skriv upp multiplikationstabellen till gruppen $\langle Z_7 \setminus \{0\}, \cdot \rangle$. Bestäm också samtliga element x i denna grupp sådana att $x^3 = 1$.
3. Går följande tabell att komplettera så att det blir multiplikationstabellen till en grupp?

\circ	a	b	c	d	f
a	a	b	c	d	f
b	b	a	f	c	d
c	c	d			
d	d	f			
f	f	c			

4. Bestäm ordningen av samtliga element i $\langle Z_8, + \rangle$.
5. Komplettera följande tabell så att det blir en multiplikationstabell till en grupp.

\circ	a	b	c	d	f
a	a	b	c		
b		c	f	a	
c	c	d	a		
d		a	c		
f		b			

6. Givet en grupp G . Visa att för varje par av element x och y i G gäller att x och xyx^{-1} har samma ordning.

Anm. Svar och lösningar meddelas senare.