

Matematiska Institutionen
KTH

Lösningar till några övningar på permutationer inför Ks3 Media vt07.

1. Låt $\varphi = (1\ 2\ 4\ 7)(3\ 5\ 6)$, $\psi = (1\ 5\ 3)(4\ 2)(6\ 7)$ och $\gamma = (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7)$.
- Skriv permutationerna $\varphi\psi\gamma$ och $\psi\gamma\varphi$ som produkter av disjunkta cykler.
 - Bestäm $\psi^{-1}\varphi^{-1}$.

Lösn. För att få inverserna av permutationerna vänder vi bara på ordningen i cyklerna. Vi får $\varphi^{-1} = (7\ 4\ 2\ 1)(6\ 5\ 3)$ och $\psi^{-1} = (3\ 5\ 1)(2\ 4)(7\ 6)$.

- Beräkna $\psi^{-1}\gamma\psi$.
- Bestäm ordningen hos permutationerna $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, γ och $\psi^{-1}\gamma\psi$.

Lösn. Vi använder att ordningen av en cykel är lika med cykellängden samt att om cyklerna är disjunkta, dvs saknar gemensamma element, så är ordningen av produkten av dessa cykler lika med den minsta gemensamma multipeln av alla cykellängder.

- Skriv permutationerna φ , ψ och γ som produkter av transpositioner.

Lösn. Det finns många sätt att skriva en cykel som en produkt av transpositioner. Ett sätt är följande:

$$(a_1\ a_2\ a_3\ a_4\ \dots\ a_{n-1}\ a_n) = (a_1\ a_n)(a_1\ a_{n-1})(a_1\ a_{n-2})\dots(a_1\ a_4)(a_1\ a_3)(a_1\ a_2).$$

Använder vi denna metod så får vi svaret.

- Vilka av permutationerna i uppgift d) är udda respektive jämna.

Lösn. En permutation är jämn om den kan skrivas som en produkt av ett jämnt antal permutationer annars är den udda. Använder vi dett får vi svaret.

Svar:

- $\varphi\psi\gamma = (1\ 7\ 6\ 3\ 4\ 5)(2)$ och $\psi\gamma\varphi = (1)(2\ 3\ 7\ 4\ 5\ 6)$.
 - $(1\ 6)(2\ 3\ 7)(4)(5)$
 - $(1\ 7\ 6\ 3\ 4\ 5\ 2)$
 - 6, 7 resp 7.
 - $\varphi = (1\ 7)(1\ 4)(1\ 2)$, $\psi = (1\ 3)(1\ 5)(4\ 2)(6\ 7)$, $\gamma = (1\ 7)(1\ 6)(1\ 5)(1\ 4)(1\ 3)(1\ 2)$.
 - φ är udda och de övriga är jämna.