

Matematiska Institutionen, KTH

Några problem 1 (en del är svåra) till kontrollskrivning nummer 5 för Media1 vt07.

1. Visa att det inte finns någon graf med valenssekvensen 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5.
2. Tas en kant bort från K_5 blir den så erhållna grafen planär. Visa detta.
3. Antag G är en sammanhängande 4-regulär graf som dessutom är planär. Hur många områden har en plan ritning av G om G har 16 kanter.
4. Visa att om G är en graf med minst två noder så har minst två av noderna samma valens.
5. Är följande grafer isomorfa?

a	b	c	d	e	f	respektive	1	2	3	4	5	6
b	a	a	a	b	c		2	1	2	3	2	1
c	c	b	e	d	d		4	3	4	5	4	3
d	e	f	f	f	e		6	5	6	1	6	5

6. Rita fyra grafer som uppfyller nedanstående
 - (a) Varken Hamiltonsk eller Eulersk.
 - (b) Eulersk men inte Hamiltonsk
 - (c) Hamiltonsk men inte Eulersk.
 - (d) Både Hamiltonsk och Eulersk.
7. Visa att om för varje par av noder x och y i en graf G med n noder gäller att

$$\delta(x) + \delta(y) \geq n - 1$$
 så är grafen sammanhängande.
8. Rita två 3-regulära grafer med åtta noder.
9. Visa att om valensen av alla noder delas av primtalet $p \neq 2$, dvs $p \mid \delta(v)$ så gäller att talet p delar antalet kanter e , dvs $p \mid e$.
10. Hur många noder kan en graf med 28 kanter ha som mest om valensen hos varje nod är minst 3.
11. Visa att om en graf G är osammanhängande så måste grafens komplement \bar{G} vara sammanhängande.
12. Visa att om en graf med n noder har fler än $(n-1)(n-2)/2$ kanter så måste grafen vara sammanhängande.