

Matematiska Institutionen  
KTH

**Några grupptal inför KS3 Media1 vt07.**

1. Betrakta en grupp  $G$  med multiplikationstabellen:

$\circ$	$a$	$b$	$c$	$d$	$f$	$g$	$h$	$k$
$a$	$a$	$b$	$c$	$d$	$f$	$g$	$h$	$k$
$b$	$b$	$c$	$d$	$a$	$g$	$h$	$k$	$f$
$c$	$c$	$d$	$a$	$b$	$h$	$k$	$f$	$g$
$d$	$d$	$a$	$b$	$c$	$k$	$f$	$g$	$h$
$f$	$f$	$g$	$h$	$k$	$a$	$b$	$c$	$d$
$g$	$g$	$h$	$k$	$f$	$b$	$c$	$d$	$a$
$h$	$h$	$k$	$f$	$g$	$c$	$d$	$a$	$b$
$k$	$k$	$f$	$g$	$h$	$d$	$a$	$b$	$c$

- (a) Är gruppen abelsk?  
 (b) Bestäm identitets-element och bestäm inverser till alla element.  
 (c) Bestäm alla element som har ordning 2.  
 (d) Finns det något element som genererar hela gruppen, dvs finns det något element  $x$  så att varje element  $y$  i  $G$  kan skrivas  $y = x^k$  för något heltal  $k$ .  
 (e) Beräkna  $abcdef$ ,  $ac^{-1}d^2cd^{-1}$  och  $f^3g$ .
2. Skriv upp multiplikationstabellen till gruppen  $\langle \mathbb{Z}_7 \setminus \{0\}, \cdot \rangle$ . Bestäm också samtliga element  $x$  i denna grupp sådana att  $x^3 = 1$ .
3. Går följande tabell att komplettera så att det blir multiplikationstabellen till en grupp?

$\circ$	$a$	$b$	$c$	$d$	$f$
$a$	$a$	$b$	$c$	$d$	$f$
$b$	$b$	$a$	$f$	$c$	$d$
$c$	$c$	$d$			
$d$	$d$	$f$			
$f$	$f$	$c$			

4. Bestäm ordningen av samtliga element i  $\langle \mathbb{Z}_8, + \rangle$ .
5. Komplettera följande tabell så att det blir en multiplikationstabell till en grupp.

$\circ$	$a$	$b$	$c$	$d$	$f$
$a$	$a$	$b$	$c$		
$b$		$c$		$f$	$a$
$c$	$c$	$d$		$a$	
$d$			$a$		$c$
$f$			$b$		

6. Givet en grupp  $G$ . Visa att för varje par av element  $x$  och  $y$  i  $G$  gäller att  $x$  och  $xyx^{-1}$  har samma ordning.

**Anm.** Svar och lösningar meddelas senare.