Lösningsförslag till Lappskrivning 3 i 5B1121 Matematik baskurs
10 oktober 2005 kl 10.15-11.15

1. **Beräkna summan $\sum_{k=3}^{102}(3k-50)$.**

Lösning: Detta är en aritmetisk summa. Summan är antalet termer gånger medelvärdet av första och sista termen, dvs i vårt fall:

$$\sum_{k=3}^{102}(3k-50) = 100\frac{9-50+306-50}{2} = 10750.$$

Svar: 10750

2. **Om polynomet $p(x) = \left(\frac{x}{2}-1\right)^{10}$ skrivs på standardform, vad blir då koefficienten framför x^5? Svaret är ett rationellt tal och ska ges på formen p/q, där p och q är heltal, förkortat så långt som möjligt.**

Lösning: Vi använder binomialformeln och får att x^5-koefficienten är

$$\binom{10}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^5(-1)^5 = -\frac{63}{8}.$$

Svar: $-\frac{63}{8}$

3. **Bevisa att 3^j+2j+3 är jämnt delbart med 4 för alla heltal $j \geq 0$.**

Lösning: Vi använder induktion och börjar med bassteget: Om $j=0$ så är $3^j+2j+3 = 3^0+2\cdot 0+3 = 4$ som definitivt är delbart med 4. Nu till induktionssteget: om 3^k+2k+3 är jämnt delbart med 4 för något heltal $k \geq 0$ så är $3^{k+1}+2(k+1)+3 = 3(3^k+2k+3)-4k-4$ också delbart med 4, eftersom alla termer då är delbara med 4. Det följer med induktion att 3^j+2j+3 är jämnt delbart med 4 för alla $j \geq 0$.