

**Tentamensskrivning 2006-01-13 kl.8.00-13.00**  
**5B1121 Matematik baskurs för D och OPEN.**

Varje uppgift kan maximalt ge 4 poäng. För godkänt på uppgift 1-3 krävs minst 3 poäng per uppgift. Godkänt på lappskrivning nr  $n$  ger godkänt på uppgift nr  $n$  på tentamen. Betygsgränser:  
 Betyg 3: godkänt på var och en av uppgifterna 1 - 3 och 5 poäng på uppgifterna 4 - 8  
 Betyg 4: godkänt på var och en av uppgifterna 1 - 3 och 10 poäng på uppgifterna 4 - 8  
 Betyg 5: godkänt på var och en av uppgifterna 1 - 3 och 15 poäng på uppgifterna 4 - 8.

Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl och skriv tydligt och ordentligt. Inga hjälpmedel är tillåtna. LYCKA TILL!

1. Lös ekvationen  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x(x-2)} = 6$ .

2. Lös ekvationen  $\ln x - \ln \frac{2}{x} = \ln(x+4)$ .

3. Bestäm koefficienten för  $x^{10}$  i utvecklingen av  $(x - 2x^2)^6$ . Förenkla så långt möjligt.

4. Visa att  $\binom{n}{2} \leq \binom{n+1}{3}$  för  $n = 2, 3, 4, \dots$  (Induktionsbevis kan (men måste inte) användas)

5. Hur många reella tal  $x$  uppfyller att  $\tan x \leq 0$  och  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 1$ ?

6. a) Kvadratkomplettera uttrycket  $x^2 - 2x - 3$  och bestäm det minsta värde som funktionen  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  antar. Ange också vilket  $x$ -värde som ger det minsta funktionsvärdet.

b) Rita kurvan  $y = x^2 - 2x - 3$

c) Rita kurvan  $y = |x|^2 - 2|x| - 3$

d) Rita kurvan  $y = |x^2 - 2x - 3|$ .

7. Funktionerna cosinus hyperbolicus (cosh) och sinus hyperbolicus (sinh) definieras enligt  $\cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$  och  $\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ .

Bestäm: a)  $(\cosh x)^2 - (\sinh x)^2$   
 b)  $2 \sinh x \cosh x$   
 c)  $(\cosh x)^2 + (\sinh x)^2$ .

8. Tre tal vilkas summa är 39 bildar en aritmetisk talföljd. Om det mellersta minskas med 1, bildar talen, tagna i oförändrad ordning en geometrisk talföljd. Vilka är talen?