

Några uppgifter att träna på inför Lappskrivning 2

5B1121 Matematik Baskurs

- Bestäm definitionsmängd och värdemängd till funktionen $f(x) = \sqrt{2 + 3x}$. Avgör om f är inverterbar och bestäm i så fall inversen.
- Bestäm definitionsmängd och värdemängd till funktionen $f(x) = \sqrt{\ln(5x - 3x^2)}$. Avgör om f är inverterbar och bestäm i så fall inversen.
- Du får veta följande om en funktion $f: D_f = \mathbf{R}, V_f = \mathbf{R}$, f är inverterbar och $f(3) = 2$. Beräkna $f^{-1}(2)$.
- Vilka av nedanstående påståenden är sanna?
 $\ln e^{\ln 3} = 3$
 $\ln e^{\sin^2 x} + \ln e^{\cos^2 x} = 1$, för alla reella tal x
 $e^{2x} = (e^x)^2$ för alla tal x
 $\ln ab - \ln b = \ln a$ för alla positiva reella tal a, b
 $\ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{a} = 0$ för alla positiva reella tal a, b .
- Beräkna $\cos\left(\frac{4711\pi}{3}\right)$.
- Finn alla reella tal x som löser ekvationen $\cos x = \frac{1}{2}$.
- Finn alla reella tal x som löser ekvationen $\sin x = \frac{1}{2}$.
- Finn alla reella tal x som löser ekvationen $\cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{32\pi}{3}\right)$.
- Utgå från formeln $\cos(u - v) = \cos u \cos v + \sin u \sin v$ och härled formeln $\sin^2 v = (1 - \cos 2v)/2$.
- Låt $z = \sqrt{3} + i$. Skriv z på polär form och beräkna sedan z^{10} och $1/z^4$. Svaren ska ges på formen $a + ib$.
- Om z är som i föregående uppgift och $w = 2i$, vad är realdelen av w^9/z^7 ?
- Finn alla reella tal x som löser ekvationen $\ln x + \ln(x + 1) = \ln(x + 2)$.

13. Finn alla reella tal x som löser ekvationen $e^x + e^{x/2} = 1$.
14. Förenkla så långt som möjligt uttrycket $\frac{(2^{1/6})^2(\sqrt{8})^3}{2^{1/4}\sqrt{32}}$.
15. Bestäm definitionsmängd och värdemängd till funktionen $g(x) = \sqrt{1 - \sqrt{2 - x}}$.
16. För vilka reella tal a, b är det sant att $a^{\ln b} = b^{\ln a}$?
17. Bestäm $\cos v$ och $\tan v$ om $\pi/2 < v < \pi$ och $\sin v = 1/7$.
18. Bestäm $\cos x$ om $\sin^2 x = 1/3$ och $\pi/2 < x < \pi$.
19. Skriv upp exakt fem olika lösningar till ekvationen $\sin 3x = -1/\sqrt{2}$.
20. Lös ekvationen $\sin 2x = \cos x$.
21. Bestäm det största och det minsta värde som uttrycket $a \cos x + b \sin x$ kan ta. Svaret kommer förstås att innehålla de reella talen a och b .