

### Några uppgifter att träna på inför Lappskrivning 3

5B1121 Matematik Baskurs

1. Bevisa med induktion att  $4^{2n+1} + 3^{2+n}$  är jämnt delbart med 13 för alla positiva heltal  $n$ .
2. Vi har ett polynom  $p(x) = \left(2x + \frac{1}{2}\right)^7$ . Vad är koefficienten framför  $x^2$ ?
3. Bestäm kostanta termen (den som inte innehåller  $x$ ) i utvecklingen av  $\left(2x^3 - \frac{1}{3x^2}\right)^5$ .
4. Hur många olika legotorn som är 9 bitar höga kan man bygga av 3 gula, 3 röda och 3 blå legoklossar?
5. Hur många olika sätt finns det att bilda en festkommitté bestående av en ledare och två medhjälpare i en grupp av 40 personer?
6. Vi definierar en följd av tal,  $a_1, a_2, a_3 \dots$  genom att först sätta  $a_1 = 1$  och därefter för alla heltal  $n > 1$  sätta  $a_{n+1} = 3a_n/(a_n + 1)$ . Bevisa med induktion att  $a_n < 2$  för alla heltal  $n \geq 1$ .
7. Beräkna summan  $\sum_{j=2}^{64} (k + 2j)$ .
8. Beräkna summan  $\sum_{k=1}^8 2^k$ .
9. Beräkna summan  $\sum_{k=1}^8 \frac{1}{2^k}$ .
10. Avgör om det är sant att  $|2x + 1| < 7 \implies x^2 + 1 < 7$ . Bevisa att det är sant eller bevisa att det är falskt.
11. Gör noggranna lösningar på uppgifterna på Grupparbete 11, 12, 13, 14 samt uppgifterna på Övningsprov 6, 7 och SI-uppgifter 3. Tänk igenom samtliga dessa uppgifter så att du förstår dem fullständigt och själv när som helst kan skriva ner och förklara lösningarna på dem.