

KTH
Matematik
Lars Filipsson

Facit till Några uppgifter att träna på inför Lappskrivning 3

5B1121 Matematik Baskurs

1. Bevisa med induktion att $4^{2n+1} + 3^{2+n}$ är jämnt delbart med 13 för alla positiva heltal n .
2. Vi har ett polynom $p(x) = \left(2x + \frac{1}{2}\right)^7$. Vad är koefficienten framför x^2 ?

Svar: 21/8

3. Bestäm konstanta termen (den som inte innehåller x) i utvecklingen av $\left(2x^3 - \frac{1}{3x^2}\right)^5$.

Svar: $-40/27$

4. Hur många olika legotorn som är 9 bitar höga kan man bygga av 3 gula, 3 röda och 3 blå legoklossar?

Svar: 1680

5. Hur många olika sätt finns det att bilda en festkommitté bestående av en ledare och två medhjälpare i en grupp av 40 personer?

Svar: 29640

6. Vi definierar en följd av tal, $a_1, a_2, a_3 \dots$ genom att först sätta $a_1 = 1$ och därefter för alla heltal $n > 1$ sätta $a_{n+1} = 3a_n/(a_n + 1)$. Bevisa med induktion att $a_n < 2$ för alla heltal $n \geq 1$.

7. Beräkna summan $\sum_{j=2}^{64} (k + 2j)$.

Svar: $63k + 4158$

8. Beräkna summan $\sum_{k=1}^8 2^k$.

Svar: 510

9. Beräkna summan $\sum_{k=1}^8 \frac{1}{2^k}$.

Svar: $255/256$

10. Avgör om det är sant att $|2x + 1| < 7 \implies x^2 + 1 < 7$. Bevisa att det är sant eller bevisa att det är falskt.

Svar: Falskt

11. Gör noggranna lösningar på uppgifterna på Grupparbete 11, 12, 13, 14 samt uppgifterna på Övningsprov 6, 7 och SI-uppgifter 3. Tänk igenom samtliga dessa uppgifter så att du förstår dem fullständigt och själv när som helst kan skriva ner och förklara lösningarna på dem.