

Några extra uppgifter att träna på inför tentan

5B1121 Matematik Baskurs

1. Låt $f(x) = \ln|2x + \sqrt{4x^2 + 9}| + \ln|2x - \sqrt{4x^2 + 9}|$. Bestäm definitionsmängd och värdemängd till f och rita kurvan $y = f(x)$.
2. Finn alla reella lösningar till ekvationen $x^3 + x^2 - 5x = 5$.
3. Bestäm alla reella tal x som uppfyller att $\left| \frac{x-2}{x-3} \right| \leq \frac{1}{2}$.
4. Du har en byrålåda innehållande 6 röda och 6 blå strumpor. Inför en resa tar du 2 strumpor på måfå utan att kontrollera deras färg. Hur stor är sannolikheten att du fick två strumpor av samma färg?
5. Bestäm konstanta termen (den som inte innehåller x) i utvecklingen av $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^{14}$.
6. Lös olikheten $\frac{x+3}{x-1} < \frac{x+1}{x-3}$.
7. För vilka reella tal x är det sant att $\frac{12 - 10x - 2x^2}{x^2 - 10x - 11} \geq 0$?
8. Låt $z = 2e^{i\pi/3}$ och $w = 3e^{-i7\pi/6}$. Bestäm imaginärdelen av $\frac{\bar{z}^4}{w^3}$.
9. Betrakta påståendet $|x-5| \leq 1 \implies |x^2-1| \leq 5$. Bevisa att det är sant eller bevisa att det är falskt.
10. Hur många olika legotorn som är 10 bitar höga kan man bygga av 5 gula och 5 gröna legoklossar?
11. Är det sant eller falskt att $11^n - 1$ är jämnt delbart med 5 för alla positiva heltal n ? Bevisa att det är sant eller bevisa att det är falskt.
12. Bestäm definitionsmängd och värdemängd till $f(x) = \ln(-(x+4)(x-3))$ och avgör om f har invers.
13. Avgör vilka vinklar v i intervallet $\pi/2 < v < 3\pi/2$ som uppfyller att $\sin(2v + \pi/6) = 1/2$.

14. Finn alla reella lösningar till ekvationen $\sqrt{24 - 2x} = x$.
15. Avgör om $2x + y^2/2 = 1 + 4y - x^2/2$ är ekvationen för en cirkel. Bestäm i så fall medelpunkt och radie.
16. Vad är koefficienten framför x^7 i polynomet $p(x) = (3x + 2)^9$?
17. Förenkla så långt som möjligt uttrycket $\frac{\ln(e^x)^2 \cdot \ln \sqrt{e^{x^2}}}{xe^{\ln(\ln x)}}$.
18. Bevisa att $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$. (Alla trigonometriska formler och satser du behöver använda på vägen måste härledas.)
19. Förklara varför det är en bra ide att låta x^{-n} betyda $1/x^n$.
20. Beräkna summorna $\sum_{k=2}^5 5(2k + 2)$ och $\sum_{k=2}^{10} (2k + 2^k)$.
21. Bestäm inversen, om den finns, till funktionen $f(x) = \ln(x^2 + 1)$, $x \geq 0$.
22. Avgör om det är sant att $f(x) = e^{2y}$ har inversen $g(x) = \frac{1}{2} \ln x$.
23. Bevisa att för alla komplexa tal z gäller att $|z|^2 = z\bar{z}$.
24. Om x är ett reellt tal så är $e^{ix} = \cos x + i \sin x$. Bevisa utgående från detta att $\sin x = (e^{ix} - e^{-ix})/2i$.
25. För vilka komplexa tal z gäller att $e^z = 1$?
26. Finn alla reella tal x som löser ekvationen $1 + \cos x + \cos 2x = 0$.
27. Vilka vinklar v uppfyller att $\cos^4 v - \sin^4 v = \cos 2v$?
28. Om du vet att för två vinklar u och v gäller att $\tan u = \tan v$, vad kan du då säga om u och v ?
29. Lös ekvationen $\tan x = \sin x$.
30. Lös ekvationen $\cos(73x + \pi) = \sqrt{2}/2$.
31. Finn inversen om den finns till funktionen $f(x) = \sqrt{3x + 4}$. Bestäm definitionsmängd och värdemängd till f och även till f^{-1} ifall denna existerar.
32. Lös ekvationen $\sin 3x = -\sqrt{3}/2$.
33. Beräkna $\cos(1593\pi/6)$.