

Modell-Tentamen i 5B1121 Matematik baskurs
HÖSTTERMINEN 2005

Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 4 poäng per uppgift. Uppgifterna 1, 2 och 3 svarar mot var sitt moment i kursen och man ska bara räkna dem av dessa uppgifter som svarar mot moment som man inte blivit godkänd på vid lappskrivning.

För godkänt betyg krävs godkänt på samtliga moment 1, 2 och 3 - för godkänt på moment j krävs antingen godkänt på lappskrivning j eller minst 3 poäng på tal j nedan - plus minst 5 poäng på uppgifterna 4-8 nedan. Skriv tydliga lösningar med utförliga motiveringar. Inga hjälpmedel. Lycka till!

1. Låt C vara cirkeln med ekvation $x^2 + (y - 2)^2 = 4$ och låt L vara den linje som passerar genom C 's medelpunkt och som är vinkelrät mot linjen med ekvation $x + 2y = 0$. Bestäm samtliga skärningspunkter mellan L och C .
 2. Du får veta att $\cos(2x + \pi) = \frac{1}{2}$, $\tan 2x < 0$ och $|x| \leq \pi/2$. Bestäm x .
 3. Bevisa med induktion att $\sum_{k=1}^n (2k - 1) = n^2$ för alla heltal $n \geq 1$.
-
4. Finn samtliga reella tal x som uppfyller att $x^4 - x^3 < 5x^2 + x + 6$.
 5. Lös ekvationen $\ln(x + 1) + \ln(x + 2) - \ln(x + 5) = 0$.
 6. Avgör vilket som är störst, $\sum_{k=1}^{100} (2k - 90)$ eller $\sum_{k=1}^{10} (2^k - 90)$.
 7. Finn samtliga komplexa tal z som har absolutbelopp 1 och ett argument v som uppfyller att $\sin^2 v + \sin v \cos v = 1/2$.
 8. Härled formeln $\ln ab = \ln a + \ln b$, utgående från sambandet $y = e^x \iff x = \ln y$ och potenslagen $e^x \cdot e^y = e^{x+y}$. (För vilka a, b gäller formeln?)