

Arbetsmaterial 1 för SI i Matematik Baskurs

Vecka 36 och 37

1. Faktorisera $p(x) = 2x^2 - 3$ så långt som möjligt.
2. Finn alla reella lösningar till ekvationen $x^3 + 4x^2 + 5x + 6 = 0$.
3. Konstruera en rotekvation på formen $ax = \sqrt{bx + c}$ som har
 - a) två lösningar
 - b) en lösning
 - c) ingen lösning
4. Om $A = \{x \in \mathbf{R}; 1 < x \leq 2\}$ och $B = \{x \in \mathbf{R}; 2 \leq x \leq 3\}$, rita på en tallinje in mängden $A \cup B$. Vad är $A \cap B$?
5. Rita på en tallinje in mängden $[3, 7/2)$.
6. Förenkla så långt möjligt uttrycket $\frac{a^3 + ab^2}{a^3 - ab^2} \cdot \frac{a^2 - ab}{a^2 + ab}$.
7. Finn alla lösningar till
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x - 11 = 0 \\ x^2 + y^2 + y - 16 = 0 \end{cases}$$
8. För vilka reella x gäller olikheten $2x^4 + 6x > x^3 + 7x^2$?
9. Är det sant att $x^2 + y^2 \leq 1 \implies |x| \leq 1$ och $|y| \leq 1$? Motivera!
10. Lös olikheten $\left| \frac{x-3}{x+1} \right| \geq 1$.
11. Bestäm talen a och b så att olikheten $x(x-a) \geq b$
 - a) är sann för alla $x \in \mathbf{R}$
 - b) är falsk för alla $x \in \mathbf{R}$
12. Låt $x < y < 0$. Förenkla så långt som möjligt uttrycket $\sqrt{(x+y)^2 - 4xy}$.

13. Lös olikheten $|x - 1||x + 2| \leq 1$.
14. Rita i ett koordinatsystem in de punkter (x, y) som uppfyller $x = 2x^2 + 3y + 2y^2$
15. Höjden y över havet (i meter) hos en viss spärrballong varierar med tiden t (i timmar) enligt formeln $y = ct + d$ för några konstanter c och d . Vid en viss tidpunkt var höjden exakt 1000 meter och en timme senare var höjden 997 meter. Beräkna talen c och d och avgör när ballongen når havsytan.
16. Finn alla komplexa tal z som uppfyller $z^6 = 1$ (dessa tal kallas de sjätte enhetsrötterna).
17. På en nyupptäckt runsten står ristat (fritt översatt): "Gå från trädet till denna sten, och sedan en lika lång sträcka rakt åt vänster. Sätt ner ditt svärd. Gå från trädet till andra stenen, och sedan en lika lång sträcka rakt åt höger. Mellan dig och svärdet är skatten." Arkeolog I.Q. Jones har lokaliserat de båda stenarna men vilket träd han ska utgå ifrån har han ingen aning om. Ändå hittar han lätt skatten. Hur?
18. En grisuppfödare har tillgång till två födoämnen, skulor och smulor. Skulor kostar 2 kronor kilot och smulor 2,50. Skulor innehåller 5 mg protein och 10 mg fett medan smulor innehåller 8 mg protein och 5 mg fett. En gris behöver minst 30 mg protein och minst 40 mg fett per dag. Hur mycket skulor respektive smulor ska grisuppfödaren köpa per gris och dag om han vill komma undan så billigt som möjligt?
19. Låt $z = 2 + 3i$ och $w = -1 + 2i$. Beräkna $|z|$, $|w|$ och $|z + w|$. Vad säger triangelolikheten om dessa storheter?
20. Om z och w är som i föregående uppgift, vad blir z/w ? Svara på formen $a + ib$.