

KTH  
Matematik  
Lars Filipsson

**Facit till  
Några extra uppgifter inför Lappskrivning 2**

Matematik Baskurs

1. Beräkna summan  $\sum_{k=1}^8 \frac{1}{2^k}$ .

Svar: 255/256

2. Hur många olika sätt finns det att bilda en festkommitté bestående av en ledare och två medhjälpare i en grupp av 40 personer?

Svar: 29640

3. Beräkna summan  $\sum_{k=1}^8 2^k$ .

Svar: 510

4. Beräkna summan  $\sum_{j=2}^{64} (k + 2j)$ .

Svar:  $63k + 4158$

5. Vi har ett polynom  $p(x) = \left(2x + \frac{1}{2}\right)^7$ . Vad är koefficienten framför  $x^2$ ?

Svar: 21/8

6. Bestäm konstanta termen (den som inte innehåller  $x$ ) i utvecklingen av  $\left(2x^3 - \frac{1}{3x^2}\right)^5$ .

Svar:  $-40/27$

7. Hur många olika legotorn som är 9 bitar höga kan man bygga av 3 gula, 3 röda och 3 blå likformiga legoklossar?

Svar: 1680

8. Bestäm definitionsmängd och värdemängd till funktionen  $f(x) = \sqrt{2+3x}$ . Avgör om  $f$  är inverterbar och bestäm i så fall inversen.

Svar: Definitionsmängden är alla  $x$  som är större än eller lika med  $-2/3$ . Funktionen är inverterbar och inversen är  $f^{-1}(x) = (x^2 - 2)/3$ ,  $x \geq 0$ .

9. Bestäm definitionsmängd och värdemängd till funktionen  $f(x) = \sqrt{\ln(5x - 3x^2)}$ . Avgör om  $f$  är inverterbar och bestäm i så fall inversen.

Svar: Definitionsmängd: alla  $x$  som uppfyller  $(5 - \sqrt{13})/6 \leq x \leq (5 + \sqrt{13})/6$ . Invers saknas (olika  $x$  kan ge samma funktionsvärde).

10. Du får veta följande om en funktion  $f: D_f = \mathbf{R}, V_f = \mathbf{R}$ ,  $f$  är inverterbar och  $f(3) = 2$ . Beräkna  $f^{-1}(2)$ .

Svar: 3

11. Vilka av nedanstående påståenden är sanna?

$$\ln e^{\ln 3} = 3$$

$$\ln e^{\sin^2 x} + \ln e^{\cos^2 x} = 1, \text{ för alla reella tal } x$$

$$e^{2x} = (e^x)^2 \text{ för alla tal } x$$

$$\ln ab - \ln b = \ln a \text{ för alla positiva reella tal } a, b$$

$$\ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{a} = 0 \text{ för alla positiva reella tal } a, b.$$

falskt, sant, falskt, sant, sant

12. Finn alla reella tal  $x$  som löser ekvationen  $\ln x + \ln(x+1) = \ln(x+2)$ .

$$x = \sqrt{2} \text{ (ej minus!)}$$

13. Finn alla reella tal  $x$  som löser ekvationen  $e^x + e^{x/2} = 1$ .

Svar:  $x = \ln((3 - \sqrt{5})/2)$

14. Förenkla så långt som möjligt uttrycket  $\frac{(2^{1/6})^2(\sqrt{8})^3}{2^{1/4}\sqrt{32}}$ .

Svar:  $2^{25/12}$

15. Bestäm definitionsmängd och värdemängd till funktionen  $g(x) = \sqrt{1 - \sqrt{2 - x}}$ .

Svar:  $D_f = \{x \in \mathbf{R}; 1 \leq x \leq 2\}$  och  $V_f = \{x \in \mathbf{R}; 0 \leq x \leq 1\}$

16. För vilka reella tal  $a, b$  är det sant att  $a^{\ln b} = b^{\ln a}$ ?

Svar: För alla positiva reella  $a$  och  $b$ .