KTH Matematik
Examinator: Lars Filipsson

Modell-Tentamen i 5B1121 Matematik baskurs ht 2006

Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 4 poäng per uppgift. Uppgifterna 1,2 och 3 svarar mot var sin lappskrivning i kursen och man ska bara lösa dem av dessa uppgifter som svarar mot lappskrivningar man inte blivit godkänd på. Den som är godkänd på en viss lappskrivning får automatiskt 4 poäng på motsvarande uppgift. Preliminär gräns för godkänt är 14 poäng. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

1. Betrakta polynomet $p(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 2$. Finn alla reella lösningar till ekvationen $p(x) = 0$ och faktorisera polynomet så långt möjligt i rella faktorer.

2. Lös ekvationen $\ln(x+1) + \ln(x+2) - \ln(x+5) = 0$.

3. Du får veta att $\cos(2x+\pi) = \dfrac{1}{2}$, $\tan 2x < 0$ och $|x| \leq \pi/2$. Bestäm x.

---

4. Bevisa med induktion att $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(2k-1) = n^2$ för alla heltal $n \geq 1$.

5. Avgör vilket som är störst, $\displaystyle\sum_{k=1}^{100}(2k-90)$ eller $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}(2^k-90)$.

6. Finn samtliga komplexa tal z som har absolutbelopp 1 och ett argument v som uppfyller att $\sin^2 v + \sin v \cos v = 1/2$.

7. Härled formeln $\ln ab = \ln a + \ln b$, utgående från sambandet $y = e^x \Longleftrightarrow x = \ln y$ och potenslagen $e^x \cdot e^y = e^{x+y}$. (För vilka a, b gäller formeln?)