Institutionen för matematik
KTH

Tentamensskrivning, 2004-01-13, kl 14.00-19.00
5B1122, Matematik 1, del 1 för lärare.

Godkänt på moment nr *n* ger godkänt på uppgift nr *n* på tentamen.

Tentamen består av 10 uppgifter. Varje uppgift kan maximalt ge 4 poäng.
För godkänt på uppgift 1-3 krävs minst 3 poäng per uppgift.

Betygsgränser:
3 godkänt på var och en av uppgift 1 - 3 och 8 poäng på uppgifterna 4 - 10
4 godkänt på var och en av uppgift 1 - 3 och 15 poäng på uppgifterna 4 - 10
5 godkänt på var och en av uppgift 1 - 3 och 22 poäng på uppgifterna 4 - 10.

Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa.
Motivera väl och skriv prydligt och ordentligt.

Inga hjälpmedel är tillåtna.

LYCKA TILL!

---

1. a) Lös ekvationen $\sqrt{\ln x} = \ln\sqrt{x}$. (2 p)

   b) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x\to\infty} \dfrac{3x + 2e^x}{4\ln x + 5e^x}$. (2 p)

2. a) Bestäm $f'(x)$ då $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$. Förenkla så långt som möjligt. (2p)

   b) Skissera kurvan $y = (x^2 - 2)e^{-2x}$. Ange eventuella asymptoter, samt lokala max och min. (2 p)

3. a) Taylorutveckla $y = \ln(x\sqrt{x+1})$ omkring $x = 1$ t.o.m. andragradstermerna . (2 p)

   b) Lös differentialekvationen $y'' + 4y = 0$ då $y(0) = 0$ och $y'(0) = 2$. (2 p)

4. Bestäm alla lokala extremvärden samt största och minsta värde till funktionen $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2+1}+3\arctan x$.

5. Lös differentialekvationen $y''-2y'+y=6\sin 2x$.

6. Bestäm tangenten i punkten (0,2) till kurvan $2x^2+xy+y^2=4$.

7. Givet $f(x)=\dfrac{x^2+2x+a}{x^2+x-6}$ där a är en konstant.

   a) Bestäm a så att $\lim\limits_{x\to -3} f(x)$ existerar .

   b) Definiera $f(-3)$ så att $f(x)$ är kontinuerlig för $x=-3$.

   c) Undersök om den nu erhållna funktionen är kontinuerlig för alla x .

8. Visa med induktionsbevis att $\dbinom{2n}{n} < 4^n$, $n=1,2,3.......$.

9. Visa att om funktionen $f(x)$ är deriverbar i punkten $x=a$ så är f kontinuerlig i punkten.

10. Visa att $f(x)=\arctan x-\ln x$, $x>0$ är omvändbar, dvs en invers existerar. Punkten $(1,\dfrac{\pi}{4})$ ligger på kurvan $f(x)$. Bestäm $\dfrac{df^{-1}}{dx}(\dfrac{\pi}{4})$.