

**5B1127 Matematik H1, vt 2006**  
**Lösningförslag till lappskrivning 1**

**1 version A.** Upprepade divisioner med 4 ger

$$126 = 31 \cdot 4 + 2,$$

$$31 = 7 \cdot 4 + 3,$$

$$7 = 1 \cdot 4 + 3,$$

$$1 = 0 \cdot 4 + 1,$$

varpå vi kan skriva 126 som

$$\begin{aligned} 126 &= 31 \cdot 4 + 2 = (7 \cdot 4 + 3) \cdot 4 + 2 = 7 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 + 2 \\ &= (4 + 3) \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 + 2 = 1 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 + 2 \\ &= (1332)_4. \end{aligned}$$

**1 version B.** Upprepade divisioner med 7 ger

$$545 = 77 \cdot 7 + 6,$$

$$77 = 11 \cdot 7 + 0,$$

$$11 = 1 \cdot 7 + 4,$$

$$1 = 0 \cdot 7 + 1,$$

varpå 545 kan skrivas som

$$\begin{aligned} 545 &= 77 \cdot 7 + 6 = 11 \cdot 7 \cdot 7 + 6 = (7 + 4) \cdot 7^2 + 6 = 1 \cdot 7^3 + 4 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7 + 6 \\ &= (1406)_7. \end{aligned}$$

**2 version A.** Euklides algoritmen ger:

$$735 = 1 \cdot 539 + 196,$$

$$539 = 2 \cdot 196 + 147,$$

$$196 = 1 \cdot 147 + 49,$$

$$147 = 3 \cdot 49 + 0.$$

$\gcd(735, 539) =$  sista icke-försvinnande resten  $= 49$ . Bakåtsubstitution i algoritmen ger sedan att

$$\begin{aligned}49 &= 196 - 147 = 196 - (539 - 2 \cdot 196) = 3 \cdot 196 - 539 \\ &= 3 \cdot (735 - 539) - 539 = 3 \cdot 735 - 4 \cdot 539.\end{aligned}$$

Andra svar är förstås också tänkbara.

**2 version B.** Euklides algoritm ger

$$\begin{aligned}1225 &= 2 \cdot 441 + 343, \\ 441 &= 1 \cdot 343 + 98, \\ 343 &= 3 \cdot 98 + 49, \\ 98 &= 2 \cdot 49 + 0.\end{aligned}$$

$\text{gcd}(1225, 441)$  = sista icke-försvinnande resten = 49. Bakåtsubstitution i algoritmen ger att

$$\begin{aligned}49 &= 343 - 3 \cdot 98 = 343 - 3 \cdot (441 - 343) = 4 \cdot 343 - 3 \cdot 441 \\ &= 4 \cdot (1225 - 2 \cdot 441) - 3 \cdot 441 = 4 \cdot 1225 - 11 \cdot 441.\end{aligned}$$

Andra svar är förstås också tänkbara.