

Institutionen för Matematik
KTH
Lars Filipsson

Uppgifter till räkneövningen den 7 november

5B1132 Amelia 1 för P ht 2003

Jämna tal kan räknas av lärare på tavlan, men udda tal måste man lösa själv (eventuellt i samarbete med andra studenter och under handledning av läraren). Något facit kommer inte att läggas ut på nätet, men det är fritt fram att fråga gruppläraren om man har räknat rätt!

1. Skissa grafen till funktionen $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$.
2. Skissa grafen till funktionen $f(x) = x^{1/x}$, $x > 0$.
3. Visa att $f(x) = \arctan x + \frac{1}{1 + x^2}$ är växande på intervallet $(-\infty, \infty)$.
4. Visa att $f(x) = \ln \frac{1}{x^2 + 2 - 2x} - x$ är avtagande på intervallet $(-\infty, \infty)$.
5. Bestäm, om möjligt, största och minsta värdet av funktionen $f(x) = x^2 e^{-x}$ på intervallet $[-1, 3]$.
6. Bestäm, om möjligt, största och minsta värdet av funktionen $f(x) = x^2 - |2x - 1|$ på intervallet $-2 \leq x \leq 2$.
7. Avgör om det finns någon reellvärd funktion f av en reell variabel som uppfyller villkoren: $f(0) = 1$, $f''(x) < 0$ för alla $x < 0$, f är växande på intervallet $x < 0$.

8. Avgör om det finns någon reellvärd funktion f av en reell variabel som uppfyller villkoren: $f(0) = -1$, $f'(1) = 0$, $f''(1/2) = 3$ och f strängt avtagande på intervallet $x > 0$.
9. Kan funktionen $f(x) = \frac{x-1}{x^2+3} + \frac{1}{2}$ anta negativa värden?
10. Finns det något tal $x > 0$ sådant att $\ln \frac{x^2+4}{2x^2} + 2 \arctan \frac{x}{2} = 3/2$?
11. Antar funktionen $f(x) = \arctan 3x - \arctan x$ ett största värde? Ett minsta? Bestäm i så fall dessa.