YTTERLIGARE NÅGRA EXTRA UPPGIFTER

5B1132 ANALYTISKA METODER OCH LINJÄR ALGEBRA 1 HT03 FÖR P

1. Visa att $f(x) = \tan x - \sin x$ är växande på intervallet $-\pi/2 < x < \pi/2$.

2. Bestäm koefficienten framför x^2 i utvecklingen av $\left(2x^2 + \frac{3}{x}\right)^7$.

3. Visa att $f(x) = x \ln x, \quad 1/2 \leq x \leq 10$, är inverterbar och bestäm $(f^{-1})'(0)$.

4. Går det att bestämma konstanten a så att

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\arctan ax^2}{x^2}, & \text{då } x \neq 0 \\ 2, & \text{då } x = 0 \end{cases}$$

blir kontinuerlig för alla x?

6. Beräkna volymen av den kropp som uppstår när det ändliga område som begränsas av kurvorna $y = \sqrt{x}$ och $y = x^2$ roteras runt x-axeln.

8. Bestäm värdemängden till funktionen $g(x) = (1 - x)\sqrt{2 - x}$.

9. Beräkna integralen $\int_0^1 x^2 e^x \, dx$.

11. Bestäm alla lösningar till differentialekvationen $y'' - 2y' + y = 2x$.

12. Bestäm Taylorpolynomet av grad 2 i punkten $x = 1$ till funktionen $h(x) = \frac{\sin \pi x}{x}$ och använd det för att beräkna gränsvärdet $\lim_{x \to 1} \frac{\sin \pi x}{x(x-1)}$.

14. Beräkna integralen $\int_0^{\pi/4} (\tan^2 x + \sin^2 x) \, dx$.

16. Bestäm alla asymptoter till kurvan $y = e^{1/x}$. Rita kurvan!

17. Visa att funktionen $f(x) = 2 \arctan x - \arcsin \frac{2x}{1 + x^2}$ är konstant på intervallet $-1 \leq x \leq 1$.

18. Beräkna integralen $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{\cos(\tan x)\,dx}{(\cos x)^2}$.

19. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\ln(1+2x) - 1 + \cos 2x}{x^3}.$$

20. Bestäm om möjligt största och minsta värde av funktionen $g(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1$ på intervallet $[-3/2, 3/2]$.

21. Låt $f(x) = x\sin\dfrac{1}{x}$. Går det att ge f ett värde i origo så att funktionen blir deriverbar där?

22. Sätt $F(x) = \displaystyle\int_x^{2x} \sin t\,dt$. Beräkna $F'(x)$.

23. Visa att kurvorna $y = e^{-x} + x^4 - 1$ och $y = \sin x + 1 - x^2$ har minst två skärningspunkter.

24. Ekvationen $x^4 + y^4 + \sin(x+y) + e^{x+y} = 1$ definerar en funktion $y = y(x)$ nära punkten $(x, y) = (0, 0)$. Beräkna $y'(0)$.