

**FACIT TILL EXTRA UPPGIFTER  
INFÖR TENTAN - LINALGDELEN**

5B1132 ANALYTISKA METODER OCH LINJÄR ALGEBRA 1 HT03 FÖR P

**Linjär algebra**

**51.** Låt  $A$  vara en  $n \times n$ -matris sådan att  $\det A = 2$ . Bestäm  $\det 2A$ .

Svar:  $\det 2A = 2^{n+1}$

**52.** Låt  $A$  vara som i föregående uppgift. Beräkna  $\det(A^3 A^T A^{-1} A^{-1})$ .

Svar: 4

**53.** Beräkna minsta avståndet från punkten  $(1, 0, 4)$  till planet  $x - 5y + z = 1$ .

Svar:  $4/\sqrt{27}$

**53.** Låt  $u$  vara ortsvektorn till punkten  $(5, 1, 1)$ . Dela upp  $u$  i två komponenter, varav den ena är parallell med linjen  $r(t) = (1 + t, 2t, -2 + 2t)$ .

Svar:  $u = (1, 2, 2)^T + (4, -1, -1)^T$

**54.** Finn alla  $2 \times 2$ -matriser  $A$  sådana att  $A^T = A^{-1}$ .

Svar: Om  $A$  har element  $a, b, c, d$  så ska  $a^2 + c^2 = b^2 + d^2 = 1$  och dessutom ska  $ab + cd = 0$ . Ett annat sätt att säga det här är: kolonnerna i  $A$  ska vara ortogonala enhetsvektorer. (Kan också uttryckas i termer av radvektorer)

**55.** Anta att de inverterbara matriserna  $A$  och  $B$  uppfyller att  $\det(AB^T) = 5$ . Vad kan du säga om  $\det(AB)^{-1}$  ?

Svar:  $1/5$

**56.** Skär linjerna  $r(s) = (s, 2 + 3s, 4)$  och  $p(t) = (t + 1, 2, 5 + t)$  någonsin varandra?

Svar: Ja, i punkten  $(0, 2, 4)$  och ingen annanstans.

**57.** Bestäm ekvationen för det plan som innehåller punkten  $(1, 2, 3)$  och linjen  $r(s) = (s, 2 + 3s, 4)$ .

Svar:  $3x - y + 3x = 10$

58. Spegla punkten  $(1, 2, 1)$  i planet  $2x - 2y - z = 0$ .

Svar:  $(7/3, 2/3, 1/3)$

59. Finn ett polynom av grad 2 vars graf går genom punkterna  $(1, 9)$ ,  $(2, 16)$  och  $(-1, 13)$ .

Svar:  $3x^2 - 2x + 8$

60. Låt  $A$  vara en inverterbar  $n \times n$ -matris. Bevisa att  $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$ .

Lösning: Den matris som är invers till  $A^T$  är den matris som gånger  $A^T$  ger  $E$ . Men  $A^{-1T}A^T = (AA^{-1})^T = E^T = E$  så det måste vara den.