

KTH
Matematik
Lars Filipsson

Ledningar till vissa av veckans uppgifter på moment 3

5B1132 Amelia 1 för P och T ht 2004

12. a,b. Kända vinklar.
12. c,d. Rita trianglar där ena vinkeln är $\arcsin x$.
12. g, h. Använd sinus för dubbla vinkeln resp additionsformeln för sinus
14. Som ovan.
15. Rita enhetscirkel.
16. Ta sinus av båda sidor och använd lämpliga trigonometriska formler. Kolla till sist att relevanta vinklar ligger i rätt intervall.
- 19, 20. Faktoriser och förkorta, alternativt förläng med konjugatkvantiteten, och /eller bryt ut den dominerande termen. Flytta in lim inuti arctan.
24. a. Skriv om på formen $\sin(\text{blä})/\text{blä}$ genom att förlänga med lämplig faktor.
24. b. $\sin(\text{blä})/\text{blä}$
24. c. Använd att $\ln a - \ln b = \ln a/b$.
24. d. Bryt ut den dominerande termen i täljaren resp nämnaren.
24. e. Lätt som en plätt!
24. f. Skriv om med hjälp av mycket trixande så att den vitala delen av uttrycket hamnar på formen $\left(1 + \frac{1}{t}\right)^t$. Gränsvärdet av detta när $t \rightarrow \infty$ är ett standardgränsvärde (kolla listan på standardgränsvärden i AM).
25. Inga nya trix, se tipsen ovan.
- 26,27 hoppas över så länge.
28. Använd räknereglerna för derivator! Obs viktigt att "zooma in" när man deriverar sammansatta eller på andra sätt komplicerade funktioner. Exempel: I 28 j gäller

det att först derivera \ln och sedan gånga på den inre derivatan derivatan av sinus och till sist inte glömma den inre derivatan av den inre derivatan, dvs derivatan av $2x + 1$ som ska gångas på på slutet. Uppgift h är en produkt så i första hand är det produktregeln som ska användas, men sedan när man deriverar produktens faktorer så är den ena en sammansatt funktion och då ploppar det förstås ut en inre derivata enligt kedjeregeln. I uppgift l är det i första hand arcsinus som ska deriveras, och sedan ska den inre derivatan gångas på - men den inre funktionen är en kvot så när den inre derivatan räknas ut är det kvotregeln som gäller och när man använder kvotregeln behöver man vid något tillfälle räkna ut derivatan av nämnaren, som i det här fallet är en sammansatt funktion, varför kedjeregeln kommer väl till pass igen.... Etcetera.

29. Normalen är den linje som är vinkelrät mot tangenten. Dess riktningskoefficient är $-1/f'(x)$.

30. Samma ledning som till uppgift 28. Zooma in, och använd reglerna systematiskt. Ibland är det ett bra trix att skriva om en funktion med hjälp av sambandet $f(x) = e^{\ln f(x)}$.

31, 32. Implicit derivering, dvs skriv y som $y(x)$ och derivera båda sidor av ekvationen ifråga (derivatan av $y(x)$ är då $y'(x)$). Sätt sedan in relevanta värden på x och y och lös ut vad y' är i den relevanta punkten.

34-42 kan vänta ett tag. Men man ska förstås kunna derivera alla de funktioner som står listade i uppgifterna 35 och 37...