

Institutionen för Matematik  
KTH  
Lars Filipsson

**Ledningar till Veckans uppgifter på Moment 5**  
5B1132 Amelia 1 för P och T ht 2004

Uppgift 1-2. En funktion som är kontinuerlig på ett slutet och begränsat intervall är automatiskt integrerbar, även om det ibland kan vara svårt (eller till och med omöjligt) att hitta en primitiv funktion. Då får man approximera med t ex en Riemannsumma.

Uppgift 3. a och b är elementära, det behövs inga integrationsknep, i a handlar det om att gångra och dela med samma tal samt lägga till och dra ifrån lika mycket så att det sedan går lätt att hitta en primitiv funktion. Kom ihåg att

$$\frac{blä}{\sqrt{blä}} = \sqrt{blä}.$$

Uppgift 3. c. Variabelsubstitution -  $x$ :et i täljaren ser väl ut som inre derivata, eller hur? Samma med 3d - fast här kan man om man vill se att täljaren är precis derivatan av nämnaren och då är  $\ln(\text{nämnaren})$  en primitiv funktion.

Uppgift 3e. Substituera!

Uppgift 3f. Integranden skrivs som två bråk - ett med  $2x$  i täljaren och ett med  $1$  i täljaren - som man hittar primitiva funktioner till var för sig.

Uppgift 3g. Absolutbelopp hanteras som vanligt att man delar upp i olika fall. I integraler blir det så att man får integrera en bit i taget.

Uppgift 3h. Trigonometriska formler kan förenkla integranden.

Uppgift 4. Kolla först alla skärningspunkter, rita gärna en skiss så att ni ser hur området ser ut. Sedan är det ganska lätta integraler. I a: kolla om kurvan ligger ovanför eller under  $x$ -axeln. I b: se ledningen till 3a ovan.

Uppgift 5. Nyckelordet är partiell integration!

Uppgift 6. a. Svår att komma på själv - se AM sid 265 (exempel 7.25).

6b.c.d. Om nämnaren har nollställen - faktorisera den och använd partialbråksuppdelning.

7. Rita kurvorna och försök hitta det där ändliga området. Skärningspunkter?

8. Partialbråksuppdelning mm

12. Se AM sid 233.

13. Se AM sid 236, sats 7.5.

14. Byt ut  $\infty$  mot  $R$ , räkna ut integralen med den gränsen istället, du får då ett svar som innehåller  $R$ , ta gränsvärdet av det svaret när  $R \rightarrow \infty$ .

Uppgift 16 utgår och kan hoppas över. Likaså uppgift 17d och uppgift 18b och uppgift 20.