

KTH  
Inst för Matematik  
Lars Filipsson

## Redovisning 1 i kursen Amelia 2 för P 1 VT04

Lämnas in den 5/2. Ger maximalt 3 poäng

Redovisningsuppgiften är avsedd att lösas i grupper om 4 personer. När ni lämnar in den garanterar ni samtidigt att den är tillkommen i överensstämmelse med reglerna i hederskodexen. De grupper med gruppnummer som slutar med ett udda tal löser uppgift 1 nedan, övriga grupper löser uppgift 2. Obs att gruppindelningen inte är densamma som förra terminen.

1. A. Börja med att tydligt förklara vad som menas med en linjär avbildning. Varför heter det linjär avbildning? Hur hänger linjära avbildningar ihop med matriser? Egenvärden och egenvektorer? Vilka är de linjära avbildningarna från  $\mathbb{R}$  till  $\mathbb{R}$ ? Diskutera först med varandra och skriv sedan ner vad ni enats om så tydligt som möjligt.

B. Avgör om det finns någon linjär avbildning  $T$  i rummet (försett med standardkoordinater) som uppfyller att

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad T \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad T \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Om en sådan linjär avbildning finns, vad är i så fall dess matris i standardbasen? Går det beskriva vad avbildningen gör geometriskt?

C. Bestäm matrisen i standardkoordinater för den linjära avbildning  $P$  i rummet som består i projektion på planet  $x - 2y - 2z = 0$ . Finn alla egenvärden och egenvektorer. Byt till en ny bas för rummet sådan att matrisen för  $P$  blir diagonal. Hur ser basbytesmatrisen ut? Hur blir matrisen för  $P$  i de nya koordinaterna?

2. Börja med att tydligt förklara vad som menas med en linjär avbildning. Varför heter det linjär avbildning? Hur hänger linjära avbildningar ihop med matriser? Egenvärden och egenvektorer? Vilka är de linjära avbildningarna från  $\mathbb{R}$  till  $\mathbb{R}$ ? Diskutera först med varandra och skriv sedan ner vad ni enats om så tydligt som möjligt.

B. Avgör om det finns någon linjär avbildning  $T$  i rummet (försett med standardbasen) som uppfyller att

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad T \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad T \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Om det finns en sådan linjär avbildning, vad är i så fall dess matris? Går det beskriva vad avbildningen gör geometriskt?

C. Bestäm matrisen i standardkoordinater för den linjära avbildning  $S$  i rummet som består i spegling i planet  $2x - 2y + z = 0$ . Finn alla egenvärden och egenvektorer. Byt till en ny bas för rummet sådan att matrisen för  $S$  blir diagonal. Hur ser basbytesmatrisen ut? Hur blir matrisen för  $S$  i de nya koordinaterna?