

Några extra standarduppgifter på Moment 1
5B1133 Amelia 2 för P vt 2004

1. Bestäm matrisen i standardbasen för den linjära avbildning i rummet som består i ortogonal projektion på planet $z = 0$.

2. Avgör om vektorerna $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ och $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ är linjärt oberoende. Bildar de en bas för \mathbb{R}^4 ?

3. Går det att diagonalisera matrisen $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ med ett koordinatbyte av ON-typ? (Du behöver inte genomföra diagonaliseringen).

4. Avgör om $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ är en egenvektor till matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

5. Låt $\{e_1, e_2\}$ vara standardbasen för \mathbb{R}^2 . Inför en ny bas $\{f_1, f_2\}$ genom

$$\begin{cases} f_1 = 2e_1 + 3e_2 \\ f_2 = -e_1 + 2e_2 \end{cases}$$

Vad blir koordinaterna i den nya basen $\{f_1, f_2\}$ för den vektor som i standardbasen har koordinaterna $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$?

6. Är $xy + 4x - 8y = 30$ ekvationen för en ellips? Transformerar till huvudaxelform och se efter!
7. Skriv, om möjligt, $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ som en linjärkombination av $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ och $\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$.
8. Låt $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ vara den linjära avbildning som i standardbasen ges av matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Finns det någon bas för \mathbb{R}^2 i vilken matrisen för T är diagonal? Skriv i så fall upp vad de nya basvektorerna har för koordinater i standardbasen och skriv också upp matrisen för T i den nya basen.
9. Kan $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ vara matrisen för en spegling?
10. En linjär avbildning $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ges i standardbasen av matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Välj en ny bas bestående av vektorerna $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ och $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$. Vad blir matrisen för T i den nya basen?
11. Definiera vad som menas med en ON-matris.
12. Definiera vad som menas med en linjär avbildning. Ge exempel på en avbildning från $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ som är linjär. Ge exempel på en avbildning från $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ som inte är linjär.
13. Låt E vara cirkelskivan $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$ och låt T vara den linjära avbildning som i standardbasen ges av matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$. Beräkna arean av området $T(E)$.