

Institutionen för Matematik
KTH
Lars Filipsson

Lösningförslag till Kontrollskrivning 2 den 1/3

5B1133 Amelia 2 för P vt 2004

Version B

1. Beräkna gränsvärdet om det finns, förklara annars varför det inte finns:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}.$$

Lösning: Om (x, y) går mot origo längs y -axeln fås gränsvärdet

$$\lim_{(0,y) \rightarrow (0,0)} \frac{0}{y^2} = 0.$$

Om (x, y) går mot origo längs linjen $y = x$ fås gränsvärdet

$$\lim_{(x,x) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2 + x^2} = \frac{1}{2}.$$

Eftersom vi får olika gränsvärde längs olika kurvor in mot origo så existerar inte gränsvärdet i uppgiften.

-
2. Låt $g(x, y) = \frac{4x}{y} + 3xy - 5$. Bestäm en ekvation för tangentplanet till ytan $z = g(x, y)$ i punkten $(1, 2, 3)$.

Lösning: Vi beräknar de partiella derivatorna av funktionen g :

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{4}{y} + 3y \text{ vilket i den aktuella punkten har värdet } 8.$$

$$\frac{\partial g}{\partial y} = -\frac{4x}{y^2} + 3x \text{ vilket i den aktuella punkten har värdet } 2.$$

En ekvation för tangentplanet blir därför $z = 3 + 8(x - 1) + 2(y - 2)$ eller, om man så vill, $8x + 2y - z - 9 = 0$.

-
3. Låt $f(x, y) = y^2x + \ln(xy)$. Beräkna f :s riktningsderivata i punkten $(1, 1)$ i riktning mot punkten $(4, 5)$.

Lösning: Vi deriverar och får $\text{grad}f(x, y) = (y^2 + \frac{1}{x}, 2yx + \frac{1}{y})$ vilket i den aktuella punkten betyder $\text{grad}f(1, 1) = (2, 3)$.

Den riktning vi ska derivera i är $(3, 4)$ men först måste den normeras (så att den får längd 1). Vektorn $(3, 4)$ har längd 5, alltså är $(3/5, 4/5)$ en enhetsvektor med samma riktning.

Den sökta riktningsderivatan är nu skalärprodukten $(2, 3) \cdot (3/5, 4/5) = 18/5$.