Institutionen för Matematik
KTH
Lars Filipsson

Veckans uppgifter på Moment 3

5B1133 Analytiska metoder och linjär algebra 2 för P

Vecka 10

1. Bestäm Jacobimatrisen till funktionen $f(r,v) = \begin{pmatrix} r\cos v \\ r\sin v \end{pmatrix}$. Vad är determinanten av denna matris? Är matrisen inverterbar? Är f inverterbar?

2. Har avbildningen $f(x,y) = \begin{pmatrix} 2x+3y \\ 4x+5y \end{pmatrix}$ någon invers i en omgivning av punkten $(1,0)$? Har avbildningen $f(x,y) = \begin{pmatrix} x^2+3e^y \\ x^4+e^{5y} \end{pmatrix}$ någon invers i en omgivning av punkten $(1,0)$? Finns det något samband mellan dessa båda avbildningar?

3. Lös följande uppgifter i Analytiska Metoder II Övningsbok: 501b, 505a, 506, 509, 518.

4. Gör övning 5.5 abc på sidan 103 i Läroboken!

5. Lös följande uppgifter i Analytiska Metoder II Övningsbok: 520, 521, 528.

6. Visa att x, y och z i närheten av punkten $(1,1,1,1,1)$ kan lösas ut som funktioner av u och v i ekvationssystemet
$$\begin{cases} xy^2 + zu + v^2 = 3 \\ x^3z + 2y - uv = 2 \\ xu + yv - xyz = 1 \end{cases}$$
och beräkna $\dfrac{\partial y}{\partial u}$ i punkten $(u,v) = (1,1)$.

Vecka 11 och Vecka 12

7. Bestäm Taylorpolynomet av grad 2 i punkten $(0,0)$ till funktionen $f(x,y) = \dfrac{1}{2+xy^2}$.

8. Låt $f(x,y) = xy + \ln(1+xy)$. Beräkna Taylorpolynomet av grad 2 till funktionen f i origo.

9. Bestäm Taylorpolynomet av grad 2 i punkten $(2,0)$ till funktionen $f(x,y) = e^{xy} + x^2 + 2xy^3 + 3y$.

10. Lös följande uppgifter i Analytiska Metoder II Övningsbok: 701a, 702a, 704a.

11. Bestäm alla kritiska punkter till funktionen $f(x,y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$.

12. Låt $f(x,y) = xye^{-(x^2+y^2)/2}$. Bestäm alla kritiska punkter till f.

13. Lös följande uppgifter i Analytiska Metoder II Övningsbok: 801bdhkmp, 802b, 812bde.

14. Bestäm alla lokala extremvärden till funktionen $f(x,y) = x^3 + y^2 - 6xy - 1$.

15. Bestäm alla kritiska punkter till funktionen $f(x,y) = e^{-2y^2-4xy-x^4}$. Bestäm dessa punkters karaktär (lokalt max, lokalt min eller sadelpunkt).

16. En rektangulär (rätvinklig) låda utan lock ska ha volymen $4\,m^3$. Vad ska lådan ha för mått om man vill att det ska gå åt så lite material som möjligt?

17. Postens bestämmelser säger: summan av höjden och den horisontella omkretsen av ett s.k. F-paket (ny uppfinning, F:et kommer från upphovsmannen, en viss hr Filipsson) får icke överstiga 100 cm. Hur stor volym kan ett rektangulärt F-paket maximalt ha?

18. Finn minsta värdet av $f(x, y) = x + 8y + \dfrac{1}{xy}$ i första kvadranten (dvs i området $x > 0$, $y > 0$). Hur vet du att ett minsta värde finns?

19. Finn alla lokala extremvärden till funktionen $f(x, y) = x^2(1+y)^3+y^2$. Finns det några globala extremvärden?

20. Lös följande uppgifter i Analytiska Metoder II Övningsbok: 815, 816ac, 817b, 819a, 838abfh.

21. Bestäm största och minsta värdet av $f(x, y) = x + x^2 + y^2$ på cirkelskivan $x^2 + y^2 \le 1$.

22. Finn största värdet av $f(x, y) = xy - x^3y^2$ på kvadraten $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$.

23. Använd Lagranges metod för att maximera x^3y^5 under bivillkoret $x+y = 8$

24. Lös följande uppgifter i Analytiska Metoder II Övningsbok: 822ab, 824.

25. Finn de punkter på kurvan $17x^2 + 12xy + 8y^2 = 100$ som ligger på störst respektive minst avstånd från origo.

26. Bestäm arean av den största likbenta triangel som kan skrivas in i enhetscirkeln.

27. Bestäm största värdet av $x + y^2 + z$ på enhetssfären $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.