

5B1134 Matematik och modeller

Vecka 1 — Geometri

2003-09-01

Veckans begrepp

- cirkel, cirkelsegment, sektor, korda.
- båglängd, vinkel, grader, radianer.
- sinus, cosinus, tangens
- areasatsen, sinussatsen, cosinussatsen

Övningar från webbmaterialet

- Cirklar 1-10
- Godtyckliga vinklar 1-9

Använd avsnitt 6 och 4 i studiehandledningen för Matematik D i webbmaterialet.

Övningar från *Mot bättre vetande i matematik*

- 4.35-4.52, 4.56

Problem att arbeta med

Här följer en uppsättning uppgifter som har med första veckans material att göra. Några av uppgifterna är svåra, eller mycket svåra, och det är inte tänkt att man skall kunna lösa uppgifterna på egen hand. Det är i stället meningen att studenterna med hjälp av varandra och läraren skall kunna arbeta med problemen och på det

viset lära sig något om geometri och trigonometri.

Övning 0.1 Bestäm längden av kordan som ges av skärningen mellan linjen $x + y = 1/2$ och enhetscirkeln.

Övning 0.2 Betrakta de punkter (x, y) som uppfyller olikheterna

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4, \\ y \geq 1. \end{cases}$$

- Rita upp området och avgör vad det är för typ av område.
- Bestäm arean av området.
- Ersätt den andra olikheten med $x + y \geq 2$ och bestäm arean av området.
- Ersätt den andra olikheten med $y \geq c$ och bestäm hur arean av området, A , beror på c . Skissera grafen för $A(c)$.

Övning 0.3 Betrakta området i planet som beskrivs av olikheterna

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9, \\ x \geq 0, \\ y \geq x. \end{cases}$$

- Rita upp området och visa att det är en sektor.

b) Bestäm öppningsvinkeln, arean och båglängden för sektorn. (Jordaxelns lutning är $c:a$ 23° .)

c) Hur varierar arean av sektorn med c om den sista olikheten ersätts med $y \geq cx$?

Övning 0.8 Bestäm ett uttryck för arean av en triangel med hörn i punkterna (a_1, b_1) , (a_2, b_2) och (a_3, b_3) .

Övning 0.4 En triangel har två sidor av längd a och en sida av längd b . Uttryck sinus och cosinus för alla vinklar i triangeln med hjälp av a och b . Förenkla uttrycken så långt som möjligt. Vad händer om vi skriver $a = m^2 + n^2$ och $b = 4mn$?

Övning 0.5 En tetraeder är en tredimensionell kropp med fyra triangelformade sidor. I en regelbunden tetraeder är alla fyra sidor liksidiga trianglar och tyngdpunkten i tetraedern har då samma avstånd till alla fyra hörn.

- Hur långt är det avståndet i förhållande till kanternas längd?
- Om man står i tyngdpunkten och ser mot två olika hörn. Vilken är då vinkeln mellan dessa?
- Hur långa skall tetraederns sidor vara för att den skall rymma en liter?

Övning 0.6 Longitud och latitud ger koordinater på jordytan som kan tänkas som en sfär med omkretsen 40000km vid ekvatorn. Hur stort är avståndet mellan Stockholm och Göteborg? Koordinaterna är $(59, 2^\circ N, 17, 6^\circ O)$ respektive $(57, 4^\circ N, 12, 2^\circ O)$.

Övning 0.7 En triangelformad plåtbit med måtten 15 cm, 20cm och 30cm hålls upp mot solen som lyser klar över Stockholm. Det är mitt på dagen på midsommarafton.

- a) Hur stor kan arean av skuggan av plåtbiten på marken bli?
- b) Hur stor kan den bli tre timmar senare?