

5B1134 Matematik och modeller
Kompletteringstentamen den 30 oktober 2004

Skrivtid: 09.00-12.00

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare med sifferdisplay och utdelat formelblad

Examinator: Mats Boij

Uppgifterna bedöms med upp till 12 poäng. Både kontrollskrivningsresultat från höstterminen 2004 och tentamensresultat från tentamen den 11 oktober 2004 kan tillgodoräknas istället för motsvarande uppgift. Vid senare omtentamina under läsåret kommer enbart kontrollskrivningsresultat att kunna tillgodoräknas.

För att få ett godkänt betyg på tentamen krävs minst 6 poäng på varje uppgift. Betyget ges då enligt följande

ECTS	3,4,5	Poäng
A	5	42-48
B	4	35-41
C	4	30-34
D	3	27-29
E	3	24-26

Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl! Presentationen ger upp till 3 poäng på varje uppgift.

1. I triangeln ABC är vinklarna $A = 42^\circ$, $B = 63^\circ$ och $C = 75^\circ$.

a) Bestäm hur långa de övriga sidor är ifall den kortaste sidan har längd 15 m. Ange sidlängderna med två gällande siffrors noggrannhet. **(3)**

b) Bestäm alla tre sidlängder med två gällande siffrors noggrannhet ifall arean av triangeln är 1000 m^2 . **(4)**

c) Härled cosinussatsen med hjälp av Pythagoras sats genom att dra en höjd mot en av sidorna. **(2)**

2. a) Bestäm samtliga nollställen till funktionen

$$f(x) = 2 \sin \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) + 1. \quad (3)$$

- b) Bestäm samtliga lösningar till ekvationen

$$\sin x + \sin 2x = 0. \quad (3)$$

- c) Vilket är det minsta positiva tal, x , där det inte spelar någon roll om man har miniräknaren inställd på radianer eller grader när man skall beräkna $\sin x$? (3)

3. a) Derivera funktionen

$$f(x) = \frac{\sin(x) - \cos(x)}{\sin(x) + \cos(x)}.$$

Var noggrann med att ange vilka deriveringsregler som används och hur de används. (3)

- b) Bestäm det största och det minsta värdet för funktionen

$$g(x) = \frac{2 + x}{5 + x^2}$$

på intervallet $-5 \leq x \leq 5$. Skissera också grafen för funktionen på samma intervall. (4)

- c) Visa direkt från definitionen av derivata att en exponentialfunktion, $h(x)$, uppfyller

$$h'(x) = h(x) \frac{h'(0)}{h(0)}. \quad (2)$$

4. a) Beräkna arean av det ändliga område som begränsas av parabeln $y = 4 - x^2$ och linjen $y = 1 + 2x$. (3)

- b) Använd variabelbytet $x = \tan t$ för att beräkna integralen

$$\int_0^1 \frac{1}{1 + x^2} dx. \quad (3)$$

- c) Beräkna arean mellan de två kurvorna $y = \sin(x + a)$ och $y = \sin(x + b)$ på ett intervall som ligger mellan två närliggande skärningspunkter. (3)