KTH
Institutionen för matematik
Harald Lang, för Matematik II för I1 2002

"Dagens" 9/12

1. Visa att $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ är en ON-matris. Vi betraktar motsvarande linjära avbildning (transformation). Kontrollera att bilden av vektorn $\mathbf{v} = (3, 6, 9)$ under avbildningen har samma längd som $\mathbf{v}$. Repetera beviset för varför det är så!

2. Betrakta avbildningen $\mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^1$ som ges av matrisen $\begin{pmatrix} 11 & 4 & -3 \end{pmatrix}$. Vi gör nu ett koordinatbyte i $\mathbf{R}^3$ där de nya basvektorerna är $\mathbf{f}_1 = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3})$, $\mathbf{f}_2 = (-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3})$, $\mathbf{f}_3 = (\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3})$. Bestäm avbildningens matris relativt det nya koordinatsystemet.

3. Bestäm ekvationen för bilden av ellipsen $4x^2 + y^2 = 1$ under transformationen som definieras av matrisen $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Visa att om $\mathbf{A}$ är en $n \times m$-matris, så är alla egenvärden till $\mathbf{A}^T\mathbf{A} \geq 0$.

Svar:

2. $\begin{pmatrix} \frac{25}{3} & -\frac{17}{3} & \frac{20}{3} \end{pmatrix}$.

3. $\frac{8}{25}x^2 + \frac{12}{25}xy + \frac{17}{25}y^2$. Observera att transformationen inte är en ON-transformation.

4. Nämen – du skulle väl tänka litet själv först innan du tittar på lösningen?