Fler övningar på ekvationssystem och determinanter

1. För vilka värden på konstanten a är matrisen $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & a & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ inverterbar?

2. a. Verifiera att matrisen $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ är inverterbar.

b. Beräkna $\det(\mathbf{A}^3\mathbf{A}^T\mathbf{A}^{-2})$. ($\mathbf{A}^{-2}$ betyder $(\mathbf{A}^{-1})^2$.)

3. Beräkna $\det(\mathbf{A}^T\mathbf{A})$ och $\det(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)$ då $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Vad är villkoret på talet a för att ekvationssystemet

$$\begin{aligned} 3x + ay + az &= 1 \\ x + ay + 2z &= 2 \\ ax + ay + 2z &= 3 \end{aligned}$$

skall ha precis en lösning?

5. Bestäm för varje a-värde antalet lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{aligned} 2ax + \quad 3y + az &= 4a \\ x + (a-1)y \quad &= a \\ x - \quad y + z &= 1 \end{aligned}$$

Svar: **1.** $a \neq 4$. **2a.** Determinanten$= 3 \neq 0$. **2b.** 9
3. 29 resp. 0. **4.** $a \neq 0,\ 1,\ 2$.
5. Om $a \neq -1,\ 3$ så finns precis en lösning, om $a = -1$ finns ingen lösning, om $a = 3$ finns oändligt många lösningar.