"Dagens" den 13/11

1. Vi har följande samband mellan variablerna (x, u) och (u, v):

$$\begin{cases} x = uv \\ y = \dfrac{u}{v} \end{cases} \tag{1}$$

a) Differentiera (1)

b) Bestäm de partiella derivatorna $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial y}$ uttryckt i u och v

c) Bestäm uttrycket för $\frac{\partial^2 f}{\partial y\,\partial x}$ uttryckt i u och v och f:s derivator m.a.p. dessa variabler.

2. Bestäm $\frac{\partial z}{\partial u\,\partial v}$ då $z = f(x, y),\ x = u^2 + v^2,\ y = uv$. Svaret skall inte innehålla variablerna u och v.

(I det här fallet skall du bara direkt derivera uttrycket $f(u^2 + v^2, uv)$ och på slutet, när du fått ett uttryck i u och v, skall du försöka substituera så du får alla uttryck i x och y.)

3. Funktionen $z(u, v)$ definieras genom $z(u, v) = f(x, y)$ där $x = u + v,\ y = uv$. Visa att

a) $u\,z'_u + v\,z'_v = x\,f'_x + 2y\,f'_y$

b) $z''_{uv} = f''_{xx} + y\,f''_{yy} + x\,f''_{xy} + f'_y$.

Svar:

1c) $\dfrac{1}{4}\dfrac{\partial^2 z}{\partial u^2} - \dfrac{v^2}{4u^2}\dfrac{\partial^2 z}{\partial v^2} + \dfrac{1}{4u}\dfrac{\partial z}{\partial u}$ (om jag räknat rätt.)

2) $4y\,f''_{xx} + y\,f''_{yy} + 2x\,f''_{xy} + f'_y$.